



DE LA ARITMÉTICA AL ALGEBRA: ESTRATEGIA “VINTAGE” PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES EN PROGRAMAS DE INGENIERÍA

Waldo Lizcano Gómez, Gloria Nancy Blandón Blandón, Marisol Jiménez Gallego

Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira, Colombia

Resumen

Como fruto de un estudio realizado a una población de estudiantes admitidos a programas de ingeniería en la Universidad Tecnológica de Pereira surge la necesidad de proponer un modelo de nivelación en matemáticas que, fundamentando las competencias aritméticas, permita el fortalecimiento de las competencias algebraicas.

El modelo propuesto *retoma lo tradicional y le agrega un tinte novedoso* mostrando las matemáticas como una evolución práctica de conceptos básicos que, retomando las operaciones básicas –suma, resta, multiplicación y división- busca dar una solución simple a situaciones numéricas más complejas -operaciones con fraccionarios, potenciación, radicación y logaritmación- llegando a la generalización de las mismas al reemplazar los números en las operaciones propuestas por letras, dando lugar a las expresiones algebraicas. La propuesta busca reemplazar la operatividad automática por una operatividad consciente que le permita al estudiante un uso profundo y consciente de las matemáticas como herramienta de solución de problemas de ingeniería.

La metodología empleada propende que el estudiante se aproxime a una temática conocida –aritmética- con una óptica nueva en la que, los conceptos y la explicación del porqué de las operaciones, fundamente la operatividad de las mismas. Estructuralmente la propuesta tiene dos vertientes: la conceptualización y la operatividad; la primera basada en el concepto de suma y repartición, y la segunda en la repetición de las operaciones que se basan en el conocimiento numérico sólido de tablas de suma, resta, multiplicación y división. El planteamiento aritmético se realiza

de tal forma que, en la segunda parte de la propuesta, el estudiante visualice el álgebra como la aplicación de la aritmética de forma generalizada, en la que los números son reemplazados por letras para hacer las operaciones más generales; para lo cual se aprovecha el tema de potenciación, radicación y logaritmación –que dejan las bases de las operaciones fijas- para mostrar que hacer las operaciones con números o con letras no implica variación alguna de los procedimientos, por lo contrario, implica una simplificación del proceso.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas; matemáticas básicas; aritmética

Abstract

A research conducted on a sample of Universidad Tecnológica de Pereira’s engineering freshman students showed that students have issues on basic arithmetic competences and lack basic algebraic competences. This research brought up the need to develop a leveling up model that, focused on developing arithmetic competences, sets the basis to build up algebraic competences.

The leveling up model developed presents the traditional basic mathematical foundations with a novel approach. The model addresses all mathematical concepts from the basic idea of number and addition, presenting the subsequent basic operations - subtraction, multiplication and division - as its practical and natural evolution. Once these concepts are settled, evolved situations that require complex concepts –fractions, exponents, logarithms and roots- are introduced with their respective set of operations in order to address the different scenarios in which each one takes place. The vintage strategy appears once the arithmetic foundation has been made: all arithmetic components are summarized in a visual representation where letters take the place of numbers in each one of the presented scenarios giving birth to algebraic expressions and the basic operation of counting letters and understanding a variable as a generalized expression for any number. The model intends to replace automated mathematical procedures with conscious mathematical procedures, giving the chance to students to consciously address math as a set of tools to solve engineering situations.

The model presents a known oldie – arithmetic- from a perspective where simple concepts add up to build up math structure and operations. The model has two objectives: the first one is to take the student to conceptualize math as whole structure based upon the concept of addition and distribution –division-; the second is to empower the student to learn and automate –throughout repetition- the basic math operations as a foundation for complex operations.

The model’s breakthrough is to present an algebraic expression as an arithmetic generalized expression. Transition from arithmetic to algebra is presented with a generalized approach to exponents, logarithms and roots where a fixed base exists – number or variable- allowing students to apply the same concept in either case and obtaining the same answer.

Keywords: *math teaching; basic math; arithmetic*

1. Introducción

Un estudio para determinar el nivel de las competencias básicas aritméticas y algebraicas con el cual llegan algunos estudiantes de primer semestre de ingenierías a la Universidad Tecnológica de Pereira muestra que un sector importante de los estudiantes presenta dificultades en sus bases aritméticas y, por consiguiente, en sus bases algebraicas. Debido a que los currículos vigentes de ingeniería en la institución parten del hecho que los recién admitidos llegan con competencias suficientes en aritmética y álgebra para desarrollar en primer semestre un curso de cálculo diferencial, se hizo necesario implementar institucionalmente una estrategia en la cual se le brinde al estudiante la oportunidad de nivelar sus competencias matemáticas en aritmética y álgebra de forma previa al curso de cálculo diferencial.

Una vez determinado el *qué hacer*, surge el subsecuente interrogante: *¿cómo hacerlo?* ¿Cómo enseñar aritmética y álgebra a una población universitaria que ha sido expuesta a estos conocimientos en su educación básica y media sin haber alcanzado las competencias básicas requeridas para afrontar un nivel de formación universitario? ¿Cómo afrontar un *viejo conocido* con un tinte novedoso? Es en este punto en el que surge la estrategia “vintage” para la enseñanza de las matemáticas fundamentales en programas de ingeniería.

2. Diagnóstico de la problemática

En el trabajo con los estudiantes que ingresan a primer semestre de ingenierías a la Universidad Tecnológica de Pereira y que han sido identificados con dificultades en sus competencias básicas aritméticas y algebraicas se encuentran dos situaciones que dan origen a la problemática:

- Considerar que las matemáticas son una serie de procedimientos memorizados y repetitivos.
- Falta de seguridad y conocimiento en la operatividad básica matemática. Los estudiantes no han desarrollado adecuadamente las competencias básicas de sumar, restar, multiplicar y dividir mentalmente –sin calculadora–.

La primera situación se explica desde la formación previa que ha recibido el estudiante en su educación básica y media: la presentación de los temas en su momento, el interés y la madurez mental del estudiante al ser expuesto a los conocimientos, la metodología de aprendizaje empleada por el estudiante y su contexto familiar y social.

La segunda situación se explica por la falta de uso mental de las operaciones básicas y por la exposición a la tecnología desde edades tempranas que desincentivan la realización de procesos mentales. Esta situación genera en el estudiante

inseguridades, falta de celeridad y temor en el momento de hacer ejercicios; aumentando así la probabilidad de errores en la ejecución de las actividades propuestas y la posterior frustración del estudiante al contrastar la inversión de tiempo, dedicación y recursos respecto a los resultados obtenidos.

3. Características de la metodología a proponer

La metodología propuesta para enfrentar la situación presentada en la población identificada debe:

- Fundamentar la lógica y estructura matemática desde sus orígenes aritméticos, pasando a los desarrollos algebraicos. *Componente teórico.*
- Fortalecer y propender la solución mental de las operaciones básicas –suma, resta, multiplicación y división- y la celeridad y confianza en el desarrollo de las demás operaciones aritméticas y algebraicas. *Componente práctico.*

Estos elementos se concatenan y dan lugar al objeto de este trabajo: Estrategia “vintage” para la enseñanza de las matemáticas fundamentales en programas de ingeniería.

4. Estrategia “vintage” y sus fundamentos

Para empezar a desarrollar el tema es necesario tener claros los conceptos *estrategia* y *“vintage”*.

Estrategia la encontramos definida como “arte, traza para dirigir un asunto” (RAE, 2014) y “vintage” hace referencia a un término anglo que significa *de alta calidad y valor duradero en el tiempo, que muestra las mejores y típicas características de un particular, especialmente del pasado* (Cambridge University Press, 2013). De la unión de ambos conceptos se tiene que el modelo propuesto retoma los orígenes y desarrollo histórico de las matemáticas fundamentales y los toma como lineamiento para dirigir el aprendizaje de las mismas.

Para iniciar el desarrollo de la estrategia se parte del contexto histórico de las matemáticas y su origen en el hombre mismo. Las matemáticas surgen como respuesta a la necesidad del hombre de contar y expresar de forma hablada y escrita sus pensamientos. Este desarrollo primitivo, mediado por el tiempo y las condiciones geográficas y culturales de los pueblos, se contextualiza históricamente en las civilizaciones egipcias, mesopotámicas y griegas en donde se encuentran los testimonios escritos más antiguos de conceptos y representaciones matemáticas: números enteros, fracciones, operaciones, relaciones geométricas –como aplicación directa de las matemáticas- y desarrollos algebraicos (Merzbach & Boyer, 2011).

La historia muestra el avance en las matemáticas como una evolución lógica del pensamiento que brinda soluciones estructuradas a las necesidades que van

surgiendo con la aparición de cada uno de los conceptos (Saenz, 2005). Para ejemplificar lo anterior se detallan los casos de los números naturales, el concepto de cero, los números negativos y el concepto de suma:

- La necesidad de contar es solucionada con el concepto de números naturales.
- La necesidad de representar el concepto de la ausencia de un elemento al contarle da lugar al cero.
- La necesidad de representar una situación abstracta resultado de una sustracción de un número mayor a un número menor o la necesidad de la representación de una deuda da origen a los números negativos.(Torres, 2007)

Emulando el desarrollo histórico anterior, la estrategia para la enseñanza de las matemáticas fundamentales inicia con la presentación de los números naturales, el cero, los números negativos y la recta numérica en el contexto de la solución a las temáticas anteriormente enunciadas, enfatizando en el estudiante la evolución lógica del pensamiento matemático y su fundamentación.

En la tabla 1. se presenta un breve resumen de la evolución de los conceptos más representativos de la aritmética, basados en las situaciones y necesidades históricas enfrentadas por el hombre y que dan lugar al surgimiento de los diferentes tipos de números acorde a estas necesidades.

La estrategia planteada responde a las características que requiere el modelo así:

- Presentando las matemáticas como una serie de procedimientos lógicos que dan lugar a la estructura matemática desde sus orígenes aritméticos, empleando metodología espejo a medida que se evoluciona hacia temas algebraicos, empleando los conceptos de potenciación, radicación y logaritmación aritmética y algebraica indistintamente como punto de congruencia entre ambas.
- Ejercitando la práctica mental de las operaciones básicas aritméticas –suma, resta, multiplicación y división, y de las subsiguientes operaciones acorde a los tipos de números y condiciones algebraicas, con el apoyo de herramientas tecnológicas de verificación y validación de procesos.

Tabla 1. Evolución histórica de situaciones resueltas por las matemáticas

Necesidad	Solución	MATEMÁTICAS
Contar	Números naturales (Sistemas numéricos)	NÚMEROS ENTEROS (Recta Numérica)
Contar cuando no hay algo	Número cero	
Deuda	Números negativos (o espejos)	
Dos cantidades agregadas	Adición o suma	Operación Básica
Caso especial: y con números negativos?	Resta	Operación Asociada
Adición del mismo número varias veces	Multiplicación	Operación Básica
Varias operaciones expresadas?	Agrupación y prelación de operaciones	Operación Asociada
¿Cuántas veces sumo el mismo número para obtener...?	División	
Repartición de varias unidades en grupos		
Repartición de la unidad en partes iguales	Fracciones	NÚMEROS RACIONALES (Operaciones Básicas y Asociadas)
Repartición de más de una unidad en partes iguales	Fracciones mixtas	
Agregación de fracciones	Suma de fracciones * De igual o diferente denominador	
Sustracción de fracciones	Resta de fracciones	
Toma de una parte de una fracción	Multiplicación de fracciones	
Repartición de una fracción entre fracciones	División de fracciones	
Multiplicación del mismo número por sí mismo varias veces	Potenciación	
Qué número multiplico por sí mismo n veces para obtener un número dado?	Radicación (raíz n)	Operación Asociada
Cuántas veces se multiplica por sí mismo el número a para obtener el número c ?	Logaritmicación	NÚMEROS IRRACIONALES

5. Metodología y presentación de contenidos.

El desarrollo del curso tiene como hilo director las necesidades planteadas en la tabla 1, las cuales son abordadas desde la aritmética y dan lugar a la fundamentación conceptual complementaria que acompañan al concepto en el momento (leyes, propiedades, etc.). En la primera parte del currículo la aritmética es aproximada desde el punto de vista exclusivamente numérico y generalizado con ayuda de elementos gráficos de tal manera que en el momento de la presentación algebraica de los temas el estudiante considere el algebra como una extensión generalizada de la aritmética y asimile de forma intuitiva los conceptos ya presentados anteriormente. Para ejemplificar lo anterior se presenta el caso de la suma aritmética y la suma algebraica

(Ilustraciones 1 y 2) al igual que el caso de la multiplicación aritmética, simbólica y algebraica (Ilustraciones 3 y 4).

Ilustración 1. Adición aritmética y la propiedad conmutativa

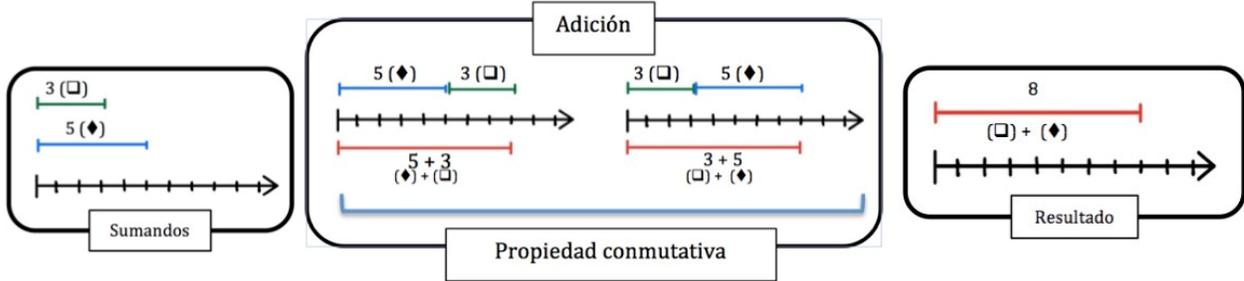


Ilustración 2. Adición algebraica y la propiedad conmutativa

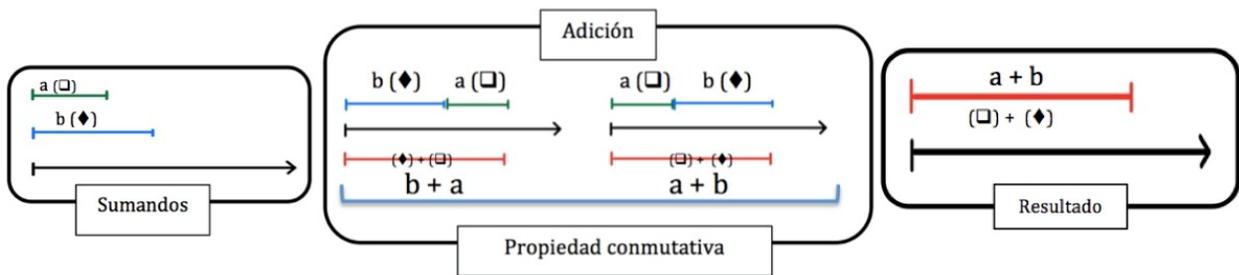


Ilustración 3. Multiplicación aritmética y simbólica con algunas propiedades

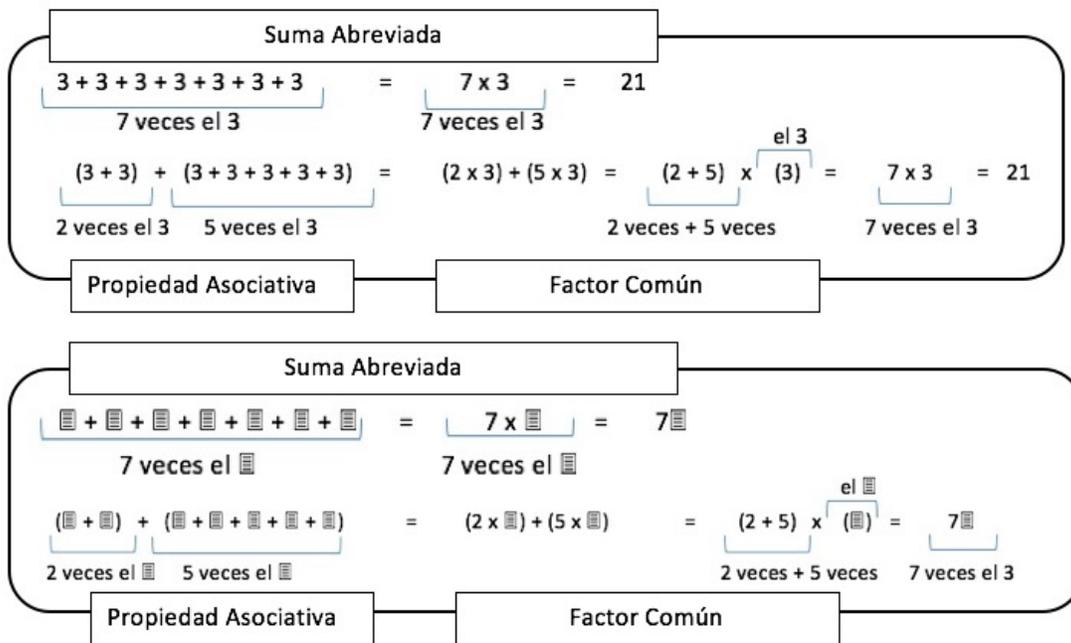
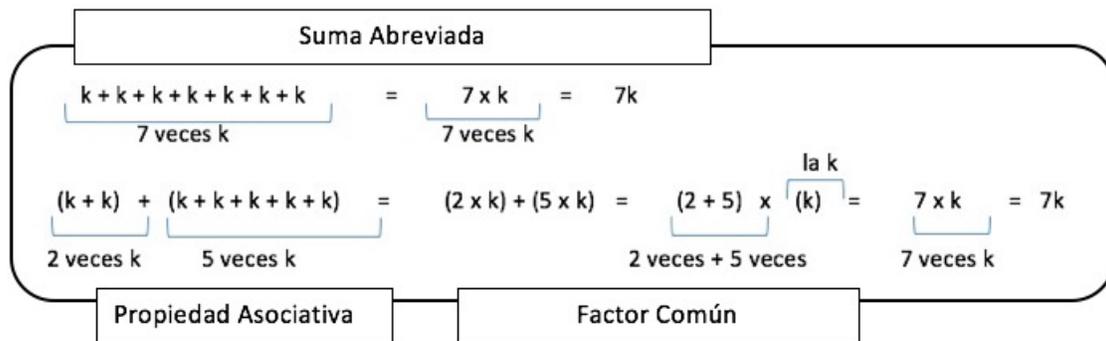


Ilustración 4. Multiplicación algebraica con algunas propiedades



Como se observa en las ilustraciones la semejanza entre la presentación de los conceptos aritméticos y los algebraicos –mediados por las representaciones simbólicas- es de tal similitud que le brinda al lector una sensación de repetición que le permite al estudiante el tránsito entre ambos conceptos de una forma rápida y natural.

Una vez terminada la presentación del componente aritmético, se presenta el componente algebraico en el mismo orden en el que los temas aritméticos fueron tratados. En el caso algebraico el tema de factorización es presentado a continuación de la multiplicación en el lugar en el que se ubica aritméticamente la agrupación y prelación de operaciones, de tal manera que la división de polinomios –que agrupa en sí misma el desarrollo de las temáticas de fracciones presentadas en la aritmética- desemboca en los conceptos del manejo de expresiones exponenciales, de los radicales y los logaritmos. Lo anterior se resume en la Tabla 2.

Tabla 2. Desarrollo del componente algebraico de la estrategia

Tema base aritmético	Homólogo algebraico
Operaciones básicas	Suma
	Resta
	Multiplicación
Agrupación y prelación de operaciones	Factorización y distribución polinomial
División y fracciones	División de polinomios
Potenciación - Radicación - Logaritmicación	

La estrategia niveladora culmina con ecuaciones e inecuaciones lineales, cuadráticas y polinómicas, como herramientas para la solución de problemas en ingeniería.

De forma transversal al desarrollo conceptual de las matemáticas se presenta el componente práctico de las temáticas a medida que van siendo desarrolladas. Si bien es importante una fundamentación teórica adecuada, es igualmente importante para el estudiante de ingeniería el dominio práctico de las operaciones en las que se

apliquen y retomen los conceptos. Los ejercicios prácticos seleccionados son aquellos que pueden ser desarrollados sin la necesidad de una calculadora y se invita a los estudiantes a que empleen en su estudio individual -con el único fin de contrastar las respuestas y procedimientos desarrollados- herramientas tecnológicas actuales como photomath® y wolfram®.

6. Conclusión

La reflexión que da origen a la estrategia aquí desarrollada permite inferir que la evolución histórica de un conocimiento particular estructurado brinda un camino lógico y adecuado para desarrollar el aprendizaje del mismo, permitiéndole al estudiante identificar la pareja ordenada problemática – solución que ilumina e incentiva la praxis, siendo esta última la razón de ser de toda ingeniería.

7. Referencias

- Cambridge University Press. (2013). Cambridge Advanced Learner’s Dictionary & Thesaurus. Consultado el 16 de junio de 2017 en <http://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/vintage>
- Merzbach, U. C., & Boyer, C. B. (Carl B. (2011). A history of mathematics (3rd editio). Hoboken, NJ: Jhon Wiley & Sons, inc.
- RAE. (2014). Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario. Consultado el 16 de junio de 2017 en <http://dle.rae.es/?id=GxPofZ8>
- Saenz, E. (2005). Apuntes para el curso HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Torres, C. (2007). Números Enteros: Origen e Historia | Edumate Perú. Consultado el 20 de junio de 2017 en <https://edumate.wordpress.com/2007/01/19/numeros-enteros-origen-e-historia/>

Sobre los autores

- **Waldo Lizcano Gómez:** Ingeniero Mecánico, MS en Administración Económica y Financiera, candidato a MS en Sistemas Automáticos de Producción. Coordinador Programas en Jornada Especial -UTP. Docente de Ciencias Básicas y Termo-fluidos. wlizcano@utp.edu.co
- **Gloria Nancy Blandón Blandón:** Licenciada en Matemáticas y Física, candidata a Ms en Enseñanza de la Matemática. Coordinadora Procesos de apoyo en matemáticas a estudiantes 1er semestre UTP, Docente Transitoria-UTP. glorian@utp.edu.co
- **Marisol Jiménez Gallego:** Ingeniera Física. Integrante grupo "Acompañamiento Virtual en matemáticas a los estudiantes de primer semestre" – UTP. Docente departamento de Matemáticas – UTP. marijimenez@utp.edu.co

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2017 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)