



HERRAMIENTA TIC PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Jairo Guerrero García, Jesús Insuasti, Alexander Barón Salazar

Universidad de Nariño

Resumen

El álgebra lineal es la rama de las matemáticas que aborda las temáticas acerca de vectores, matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, y transformaciones lineales. En los escenarios de educación superior relacionados con la ingeniería y la ciencia aplicada, una de las herramientas más comunes en matemáticas es la aplicación de los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales. Sin embargo, la enseñanza y el aprendizaje en la ciencia aplicada utilizando el álgebra lineal es algo difícil dado el nivel de abstracción de esos conceptos y sus operaciones involucradas. En estos escenarios, las herramientas didácticas son bastante adecuadas para apoyar las actividades de enseñanza y aprendizaje. Este trabajo es el resultado de una investigación que exploró el diseño, la construcción y el uso de una herramienta de TIC para apoyar las actividades de enseñanza y aprendizaje relacionadas con la solución de sistemas de ecuaciones lineales en el primer curso de Álgebra Lineal a nivel de pregrado. Este trabajo contiene los antecedentes teóricos, metodología, construcción de software, estrategia didáctica en contexto, hallazgos y conclusiones.

Palabras clave: TIC; ecuaciones; lineales

Abstract

Linear algebra is the branch of mathematics that deals with topics about vectors, matrices, systems of linear equations, vector spaces, and linear transformations. In higher education scenarios related to engineering and applied science, one of the most common tools in mathematics is the application of the concepts of systems of linear equations. However, teaching and learning in applied science using linear algebra is somewhat difficult given the level of abstraction of these concepts and their operations

involved. In these scenarios, teaching tools are quite adequate to support teaching and learning activities. This work is the result of a research that explored the design, construction and use of an ICT tool to support teaching and learning activities related to the solution of systems of linear equations in the first course of Linear Algebra at the level of undergraduate. This work contains the theoretical background, methodology, software construction, didactic strategy in context, findings and conclusions.

Keywords: *ICT; linear; equations*

1. Introducción

En los entornos educativos de ingeniería y ciencias aplicadas, el álgebra lineal es una parte importante en la formación de estudiantes en programas de pregrado asociados con estas áreas de conocimiento. Teniendo en cuenta que el álgebra lineal abarca grandes conceptos sobre marices y sistemas de ecuaciones (Thomas, 1997), la enseñanza utilizando la instrucción centrada en el profesor presenta problemas comunes de aprendizaje; En cambio, el uso de la enseñanza centrada en el estudiante –el aprendizaje basado en la indagación o el aprendizaje basado en el descubrimiento– ha demostrado ser altamente efectivo en varios cursos (Loft, 2014).

El curso de álgebra lineal en los programas de pregrado de la Universidad de Nariño (Pasto, Colombia) tiene situaciones similares relacionadas con la forma en que se enseñan los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales. Esta situación ha generado una serie de iniciativas para afrontar problemas de aprendizaje; Uno de ellos estaba dirigido a utilizar las TIC con el propósito de apoyar actividades de enseñanza y aprendizaje sobre esta temática. En este sentido, se desarrolló una investigación en la Universidad de Nariño y en el Grupo de Investigación GALERAS.NET con el objetivo principal de apoyar la enseñanza y el aprendizaje en materia de solucionar sistemas de ecuaciones lineales, dado que el alcance en aplicaciones reales es bastante amplio.

La investigación permitió diseñar y construir una herramienta de TIC para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Dicha herramienta se utilizó en contexto real en un curso de álgebra lineal del Departamento de Sistemas de la Universidad de Nariño y se documentó la experiencia educativa utilizando un enfoque de aprendizaje basado en la investigación.

2. Metodología

2.1 Escenario Educativo

En la academia y la investigación específica de los escenarios de matemáticas e ingeniería, el análisis de sistemas de ecuaciones lineales es común. Dada esta necesidad, el grupo de investigación GALERAS.NET crea una herramienta TIC llamada Udenar SysLEQ (del inglés *Systems of Linear Equations*) como una solución fácil de usar para realizar un análisis de sistemas de ecuaciones lineales para buscar sus

soluciones, si las hay (dentro del cuerpo de los números reales) de acuerdo con la forma representada en la figura 1:

$$\begin{array}{cccccc}
 a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & + \dots & +a_{1n}x_n & = & b_1 \\
 a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & + \dots & +a_{2n}x_n & = & b_2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & + \dots & +a_{mn}x_n & = & b_m
 \end{array}$$

Figura 1. Sistema de ecuaciones lineales, notación algebraica (Duren, 2012).

Donde las incógnitas son representadas como x_1 hasta x_n , los coeficientes se establecen como a_{ij} hasta a_{mn} y los resultados de las ecuaciones se conforman como el conjunto cuya nomenclatura va desde b_1 hasta b_n . Su representación matricial se ve reflejada en el siguiente esquema representado en la figura 2:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Figura 2. Sistema de ecuaciones lineales, notación matricial (Duren, 2012).

En el escenario educativo, esta es la forma común de trabajar con sistemas de ecuaciones lineales, a través de su representación matricial. Así, la solución computacional como herramienta TIC para el apoyo de la enseñanza y el aprendizaje de la solución de los sistemas de ecuaciones lineales fue concebida para que sus entradas sean acordes a la representación matricial.

2.2 Creación de la Herramienta TIC

El área de conocimiento del proceso de ingeniería de software se ocupa de la definición, implementación, aseguramiento, medición, gestión, cambio y mejora de producciones de software. Teniendo en cuenta las diferentes metodologías de construcción de software, se ha optado por apropiarse y adaptar RUP (del inglés *Rational Unified Process*) (Kroll, Kruchten & Booch, 2003), la cual se caracteriza por: Un proceso impulsado por casos de uso, un proceso centrado en la arquitectura, y un proceso iterativo e incremental.

Udenar SysLEQ es el nombre específico de la herramienta TIC, el cual representa una solución computacional a manera de aplicación móvil (UdenarSysLEQ.apk). Udenar SysLEQ Es el software responsable de hacer aplicaciones para el análisis gráfico de funciones polinómicas y racionales de una variable independiente por los usuarios,

entonces se comunica con el Middleware en el servidor para responder rápidamente a la solicitud dada por el usuario. Dado esto, la herramienta TIC es una solución móvil fácil de usar, el diagrama genérico de la arquitectura se muestra en la figura 3.

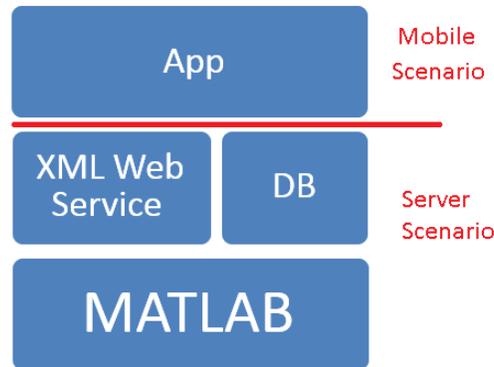


Figura 3. Arquitectura general de la herramienta TIC

La arquitectura general de la herramienta TIC recrea dos entornos: el escenario móvil y el escenario del servidor. En la aplicación móvil se implementa sólo para dispositivos con sistema operativo Android que es un instalador de formato de software empaquetado apk. En Server, se requiere una instancia de MATLAB® (The MathWorks, Inc., 2016); Y junto a él, se implementa un servicio web XML que interactúa con el motor de base de datos Microsoft SQL Server.

El despliegue de la herramienta TIC trabaja con la dependencia de Internet. La aplicación móvil (que se denomina Udenar SysLEQ y constituye la propia herramienta TIC) debe instalarse en dispositivo móvil con el sistema operativo Android. El uso de la herramienta TIC requiere acceso a Internet para poder comunicar la herramienta con el Middleware en el servidor. Todas las expresiones de los sistemas de ecuaciones lineales se los escribe en función de los coeficientes dentro del mundo de los números reales; Entonces, la herramienta de TIC envía la información hacia el Middleware donde MATLAB® procesará los datos. Los datos sobre los resultados son devueltos a la herramienta TIC. La explicación sobre cómo funciona se muestra en la figura 4.

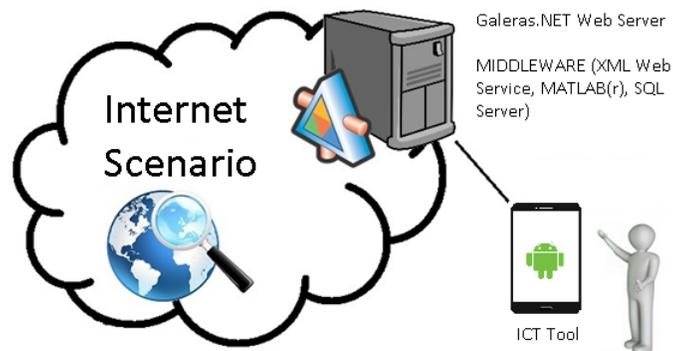


Figura 4. Esquema general de la herramienta TIC

3. Probando la herramienta TIC

La aplicación móvil está diseñada para ser fácil de usar, ya que tiene una interfaz muy intuitiva. Debe señalarse que la aplicación requiere interactuar con un Middleware a través de la Web. Por lo tanto, debe asegurarse que el dispositivo que ejecuta la herramienta de TIC tiene acceso a Internet.

Una vez que los usuarios finales ingresan el sistema de ecuaciones lineales, se presiona el botón de función de resolución. A partir de ese momento, la herramienta TIC se conecta al Middleware del servidor del grupo de investigación, por lo que el dispositivo donde se ejecuta la herramienta TIC debe tener acceso a Internet. Cuando el sistema es resuelto por MATLAB® en el servidor, a través de Middleware se reportan los resultados a la herramienta TIC, presentándolos como se muestra en la figura 5.

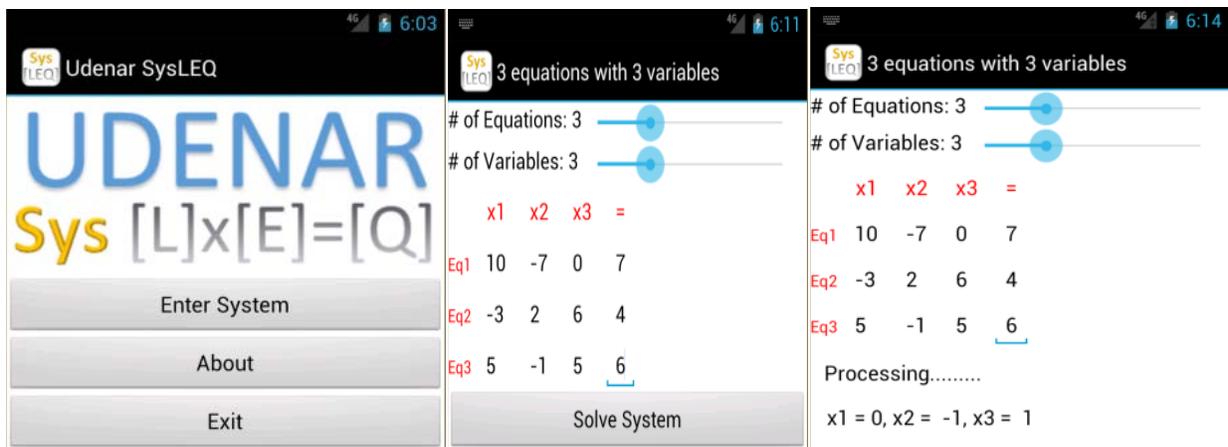


Figura 5. Pantallas de la herramienta

4. Resultados

La herramienta fue probada a través de un estudio de usabilidad. Dicho estudio se basó en series de pruebas con diferentes grados de dificultad. 20 personas fueron requeridas; Según Nielsen, Turner y Lewis, "un pequeño número de usuarios encontrará la mayoría de los problemas" (2006). Estas personas pertenecen al Departamento de Sistemas y son estudiantes de pregrado. Cada participante realizó una prueba guiada de acuerdo con un proceso preestablecido.

Estas pruebas guiadas consistieron en 3 ejercicios de solución de sistemas de ecuaciones lineales. Las experiencias fueron observadas y medidas por los investigadores, midiendo el tiempo empleado en las tareas de solución; Además, se prestó especial atención a observar cómo los participantes manipularon la herramienta en términos de funcionalidad. Después de terminar cada prueba guiada, cada participante respondió a una encuesta teniendo en cuenta la experiencia con la herramienta. Cada participante siguió las instrucciones para interactuar con la

herramienta. Luego, comenzaron con la prueba de usabilidad, donde eligieron 3 diferentes sistemas de ecuaciones lineales a ser resueltos.

El tiempo dedicado a cada tarea se registró en una hoja de control y las observaciones de la interacción se escribieron en ella también. Después de completar la prueba de usabilidad, los participantes llenaron una encuesta y cuyos resultados se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados de la prueba de usabilidad

Sujeto	Tiempo empleado (Minutos)	Q1	Q2	Q3	Q4
01AG	13	2	4	4	5
02SV	9	2	4	4	5
03AB	12	2	4	3	5
04NJ	10	2	4	4	5
05MB	9	1	4	4	5
06XA	7	4	5	4	5
07EP	6	4	5	3	5
08JR	9	2	4	5	5
09ME	11	3	4	4	5
10HS	12	3	4	5	5
11DD	6	3	4	5	5
12HN	7	3	4	4	5
13EA	7	4	5	3	5
14YP	7	3	5	4	5
15LB	8	4	5	4	5
16SM	11	2	5	4	5
17FV	9	4	5	4	5
18AV	12	3	4	3	4
19OG	14	3	4	3	4
20AL	9	4	5	4	4

Por su parte, la figura 6 muestra el resumen de la Prueba de Usabilidad. Los resultados muestran que 20 personas participaron en esta prueba. Esta codificación se basa en números secuenciales del participante según el orden de la prueba (de 01 a 20) y las letras mayúsculas representan las iniciales de sus nombres. Los principales puntos planteados en la encuesta fueron:

- Q1. Evalúe el grado de funcionalidad de la herramienta ({1} Pobre, {2} Bueno, {3} Excelente)
- Q2. ¿Le gustó cómo la herramienta manejó la información? ({1} Fue caótico, {2} Fue confuso, {3} Fue ordenado, {4} Definitivamente me gustó)
- Q3. ¿Qué tan precisa es la herramienta? ({1} Muy imprecisa, {2} Imprecisa, {3} Precisa, {4} Muy precisa)

Q4. ¿En general, qué tan fácil fue usar la herramienta? (1} Muy difícil, 2} Difícil, 3} Normal, 4} Fácil, 5} Muy fácil)

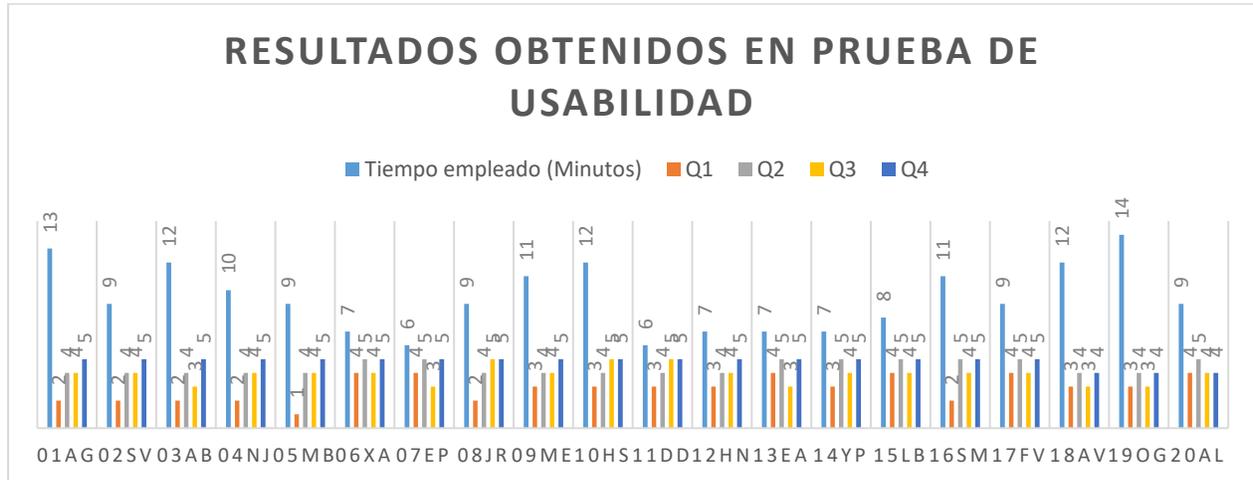


Figura 6. Resultados de la prueba de usabilidad.

En general, la experiencia total en términos de usabilidad se consideró un buen resultado para la prueba. Los hallazgos sugieren que la herramienta fue bien aceptada por los evaluadores. Teniendo en cuenta las respuestas, el común denominador otorgó un resultado positivo, lo que sugiere que la herramienta propuesta es factible y altamente intuitiva. Finalmente, es notorio que la dependencia del acceso a Internet es relevante en el uso de la herramienta en contextos reales. Sin embargo, el resultado general fue satisfactorio en relación con los objetivos propuestos.

5. Conclusiones

La investigación de formas alternativas para realizar soluciones a sistemas de ecuaciones lineales con herramientas TIC promueve el desarrollo de escenarios sobre la enseñanza y el aprendizaje en esta materia. De acuerdo con esto, se genera una contribución académica relevante en el sentido de desencadenar una serie de proyectos de investigación en los que las herramientas TIC ayudan a facilitar procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas con alto nivel de abstracción. Con esta idea, esta investigación proporciona un ejemplo sobre cómo crear una solución informática en el campo de la educación donde los estudiantes pueden hacer experimentos con sistemas de ecuaciones lineales para ser resueltos en representación de problemas reales.

La implementación de una herramienta basada en el concepto de usabilidad propuesto es una valiosa contribución en el sentido de demostrar que tal propuesta es factible. En consecuencia, el objetivo principal de la investigación se logró con éxito debido a los hallazgos en la prueba de usabilidad. El conjunto de recursos relacionados con la construcción y el despliegue de la herramienta está disponible para su descarga; Esto es para aquellos que quieren continuar con los nuevos desarrollos en esta materia.

En términos técnicos, es importante destacar que el código fuente de la herramienta TIC está disponible para su descarga. Por lo tanto, las personas que estén interesadas en desarrollar una solución informática sobre el tema podrían considerar esta herramienta como una referencia. Esto representa una contribución para la comunidad de desarrolladores. Además, también es importante señalar el papel relevante del MATLAB® en el lado del servidor debido al uso de un motor tan poderoso para ayudar a resolver los sistemas de ecuaciones lineales.

Una herramienta no puede reemplazar al profesor; Por el contrario, la herramienta sirve al profesor para complementar su enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes en el trabajo. De acuerdo con los resultados, el apoyo a las actividades de enseñanza y aprendizaje puede demostrarse mediante el uso de las herramientas TIC en contextos reales.

Por otra parte, el uso de MATLAB® en escenarios educativos está limitado por la adquisición de su licencia. En términos de apoyo financiero, varias instituciones educativas no tienen suficiente apoyo financiero para adquirir una licencia de MATLAB®. En este sentido, esta herramienta TIC ofrece mecanismos legales de apropiación de recursos computacionales a través del Middleware.

6. Reconocimientos

Los autores desean agradecer a la muestra de estudiantes del Departamento de Sistemas de la Universidad de Nariño que forman parte de la prueba de usabilidad. Así mismo, se agradece a la Universidad de Nariño y al Grupo de Investigación GALERAS.NET por la infraestructura computacional utilizada para el despliegue del Middleware. Los autores reconocen el uso relevante del motor MATLAB® en el servidor; MATLAB® es una marca registrada de The MathWorks, Inc.

7. Referencias

Artículos de Revistas

- Loft, B. (2014). Linear Systems. *Journal of Inquiry-based Learning in Mathematics*. Sam Houston State University. Vol. 34, No. 2. pp. 108-112.
- Nielsen, J., Turner, C., and Lewis, J. (2006). Determining Usability Test Sample Size. *International Journal of Ergonomics and Human Factors*, Vol. 12, No. 3, pp. 3084-3088.

Libros

- Duren, P. (2012). *Invitation to Classical Analysis for Linear Equations (Pure and Applied Undergraduate Texts)* 17th Edition. American Mathematical Society. Rhode Island. pp. 181.

- Kroll, P., Kruchten, P., & Booch, G. (2003). The Rational Unified Process Made Easy: A Practitioner's Guide to the RUP. Addison-Wesley Professional, USA. pp. 82.
- Thomas, C. (1997). Introduction to Linear Systems. Mathematics Learning Centre. University of Sydney, Sydney. pp. 47.

Fuentes Electrónicas

- The MathWorks, Inc. (2016). MATLAB. Consultado el 12 de julio de 2016, USA. <http://www.mathworks.com/products/matlab/?requestedDomain=www.mathworks.com>.

Sobre los Autores

- **Jairo Guerrero García**, Cofundador del Departamento de Sistemas de la Universidad de Nariño, Miembro del Grupo de Investigación GALERAS.NET, Profesor Asociado al Departamento de Sistemas de La Universidad de Nariño. Ingeniero de Sistemas (Universidad Piloto de Colombia, Bogotá), Magister en Modelos de Enseñanza Problémica (Universidad Incca de Colombia, Bogotá). jg@udenar.edu.co
- **Jesús Insuasti**, Miembro del Grupo de Investigación GALERAS.NET, Profesor Asociado al Departamento de Sistemas de La Universidad de Nariño. Ingeniero de Sistemas (Universidad de Nariño), Magister en Docencia Universitaria (Universidad de Nariño, Pasto), Master of Science in Internet Systems (The University of Liverpool, Liverpool-UK), Candidato a Doctor en Ciencias de la Educación (Universidad de Nariño – RUDECOLOMBIA, Pasto), Estudiante de Doctorado en Ingeniería – Sistemas e Informática (Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín) insuasty@udenar.edu.co
- **Alexander Barón Salazar**, Miembro del Grupo de Investigación GALERAS.NET, Profesor Asociado al Departamento de Sistemas de La Universidad de Nariño. Ingeniero de Sistemas (Universidad Incca de Colombia, Bogotá), Magister en Ingeniería Informática (Universidad Eafit, Medellín), y Candidato a Doctor en Ingeniería, Sistemas e Informática (Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín). abaron_98@udenar.edu.co

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2017 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)