



MÉTODO DE ENSEÑANZA DIDÁCTICO DE ALGEBRA LINEAL MEDIANTE EL ABACO GAUSS - JORDAN

Fernando Morales, Harold García, Jesús Sierra

**Corporación Universitaria del Caribe
Sincelejo, Colombia**

Resumen

El Abaco Gauss-Jordán es un instrumento que tiene como objetivo la enseñanza del método de algebra lineal Gauss-Jordán de matrices 3×3 , este instrumento permite el acceso de los estudiantes a esta ciencia, ya que esta propuesta se fundamenta en el aprendizaje significativo.

El Abaco Gauss-Jordán consta de tres apartados, los cuales son: 1. Matriz operadora, 2. Sistema de ecuaciones y 3. Tablero. De muy fácil manejo por parte de los aprendices.

1. La matriz operadora: es un espacio para que el estudiante pueda indicar que operación quiere realizar, la cual consta de 6 columnas. La columna 1, indica en que fila es el resultado de las operaciones. La columna 2, expresa los números del 1 al 99 mediante los cuales se indica el valor con el que se va a realizar la operación. La columna 3, representa la primera fila a operar. La columna 4 tiene los operadores básicos (+, -, *, /), los que servirán para indicar que operaciones se efectuarán entre las filas. La columna 5, es idéntica a la columna 2, dado que en muchas ocasiones es necesario operar ambas filas. La columna 6, es igual a la columna 3 pero la variación entre ambas columnas radica en que esta última indica la segunda fila con la cual se va a operar.

2. Sistema de ecuaciones: es un área dedicada al planteamiento de ecuaciones que constan de 3 variables y 3 ecuaciones, llevando el orden matemático prescrito. Por columnas se determinarán las variables y por filas las ecuaciones, representando cada valor por medio de una serie de discos, que tendrán valores de -999 a 999, en la cual se pueden representar los ejercicios y del mismo modo solucionarlos.

3. Tablero: Es la herramienta utilizada para solucionar cálculos que resultan muy frecuentes al momento de operar las filas, lo acompañan su respectivo marcador y borrador.

Con estos componentes y un docente calificado, el tema de soluciones de ecuaciones por medio de Gauss - Jordán será comprendido y aceptado con mayor facilidad.

Palabras clave: álgebra lineal; Gauss – Jordan; método de enseñanza

Abstract

The Gauss-Jordan Abaco consists of three sections, which are: 1. Operator Matrix, 2. System of Equations and 3. Board. Very easy to handle by the trainees.

*1. The operator matrix: is a space for the student to indicate which operation he wants to perform, which consists of 6 columns. Column 1 indicates which row is the result of operations. Column 2, expresses the numbers from 1 to 99, which indicates the value at which the operation is to be performed. Column 3 represents the first row to be operated. Column 4 has the basic operators (+, -, *, /), which will serve to indicate which operations will be performed between the rows. Column 4 is identical to column 2, since it is often necessary to operate both rows. Column 5 is equal to column 3 but the variation between both columns is that the latter indicates the second row with which to operate.*

2. System of equations: it is an area dedicated to the formulation of equations that consist of 3 variables and 3 equations, taking the prescribed mathematical order. Columns will determine the variables and by rows equations, representing each value by means of a series of disks, which will have values from -999 to 999, in which the exercises can be represented and the same way to solve them.

3. Board: It is the tool used to solve calculations that are very frequent at the time of operating the rows, accompanied by their respective marker and draft.

With these components and a qualified teacher, the subject of solutions of equations through Gauss - Jordan will be understood and accepted more easily.

Keywords: linear algebra; Gauss – Jordan; teaching method

1. Introducción

El estudio del algebra lineal en todas las facultades de ingeniería es fundamental para el desarrollo de los contenidos de la carrera, dado que en muchas áreas es necesario la aplicación de ésta, más aún si se enfoca en los sistemas de ecuaciones que utilizan como sistema de solución el método de Gauss – Jordán, su uso tiene infinitas áreas de aplicación del conocimiento que requieren el saber de este método, como pueden ser: Estadística, Economía, Programación lineal, Física, Modelamiento matemático y demás,

por ello es fundamental agilizar y facilitar la adquisición de este método para que las carreras de ingeniería tengan un aprendizaje significativo y efectivo.

El aprendizaje del método Gauss – Jordán, tiene inconvenientes para los estudiantes, por lo extensa que puede ser la solución de sistemas de ecuaciones de matrices 3×3 , dado que la representación de este método es por medio de tablas, por lo tanto para cada interacción que se le realice al sistema, hay que volver a representarlo en otra tabla, por ello los estudiantes muestran desagrado por aprender este método de solución, aunque en la actualidad exista variedad de softwares que resuelven estos sistemas, no garantiza que el aprendiz conozca la metodología de desarrollo y por esto es fundamental adquirir el conocimiento de resolver e interpretar cualquier sistema de ecuaciones por el método de Gauss – Jordán.

Para lo que se ha desarrollado un método de enseñanza para el área de algebra lineal, del método de solución Gauss – Jordán, en donde los aprendices podrán interactuar con un Abaco amigable que tendrá la posibilidad de solucionar sistemas de ecuaciones de tres variables y tres incógnitas (3×3), al cual hemos llamado Abaco Gauss – Jordán, en honor a los inventores de este método de solución, Carl Friedrich Gauss, apodado el príncipe de la matemática y Wilhelm Jordán matemático alemán, siendo uno de los métodos de solución más utilizado en muchas áreas.

El Abaco Gauss – Jordán se basa en utilizar el principio del Abaco convencional el cual podemos realizar variedades de operaciones como suma, resta, multiplicación, división e incluso algunas más complejas y así mismo incorporar los principios del método de solución de Gauss – Jordán, modificando la apariencia del Abaco convencional, buscando que el estudiante lo encuentre lo más ameno posible mediante la utilización de este método, dado que se tendrá que interactuar con el sistema moviendo componentes del Abaco, hasta obtener la solución del sistema.

El Abaco Gauss – Jordán lo conforman variedad de apartados que le dan la vida al método de aprendizaje como son: matriz operadora, sistema de ecuaciones, espacio operacional y sistema de decágonos. Los cuales dan la posibilidad de que el estudiante pueda representar: el sistema a resolver, sistemas de ecuaciones 3×3 , operaciones a realizar entre filas, valores por filas y columnas, valores fraccionarios o enteros, valores negativos o positivos, valores entre -999 y 999 , y demás opciones necesarias para que se lleve a cabo la resolución del sistema de ecuaciones.

2. Algebra lineal

Este trabajo fue realizado con los conceptos del Algebra lineal, la cual sirvió de base para poder desarrollar este método de enseñanza. “En el ámbito de las Matemáticas y sus aplicaciones, existen problemas que pueden modelizarse mediante ecuaciones e inecuaciones de primer grado o lineales. Es precisamente cuando esto ocurre que el Álgebra Lineal puede ser una herramienta a ser empleada para la resolución de tales problemas” (Tenorio Villalón, Martín Caraballo, & Paralera Morales, 2010), de acuerdo a esta afirmación es fundamental el aprendizaje de esta área, dado que sin los conceptos

que aporta sería muy complejo resolver muchos sistemas que conforman la ingeniería en general.

El Abaco Gauss – Jordán utiliza los principios del Algebra lineal, dado que por cada fila se representa una ecuación lineal, de tres incógnitas que para mantener su solución se deben representar tres ecuaciones que mantengan los mismos parámetros. Así mismo las operaciones que se realizan entre filas son las que determinan esta ciencia: suma, resta, multiplicación y división. Cabe agregar que la teoría con el que se le da solución a los sistemas cumple todos los principios del algebra lineal.

3. Método de solución Gauss – Jordán

El álgebra lineal estudia diversos temas de la matemática y uno de los procesos fundamentales es la solución de sistemas de ecuaciones, por ello acogiendo el criterio de que: "Muchos problemas de Ingeniería o Matemática Aplicada se reducen a resolver un sistema de ecuaciones lineales. De aquí la importancia de estos y el interés de sus métodos de resolución"

(Almeida Benítez & Franco Brañas, 1998). Así, diversos

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_2 - 8x_3 &= 8 \\ -4x_1 + 5x_2 + 9x_3 &= -9 \end{aligned}$$

ECUACIONES LINEALES
TOMADO DE: (Lay, 2007)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -8 \\ -4 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

MATRIZ COEFICIENTE
TOMADO DE: (Lay, 2007)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 8 \\ -4 & 5 & 9 & -9 \end{bmatrix}$$

MATRIZ AUMENTADA
TOMADO DE: (Lay, 2007)

problemas se pueden representar por medio de sistemas de ecuaciones lineales y darle solución con los métodos que estudia el álgebra lineal.

Aunque son factibles todos los métodos de solución, hay unos más extensos o robustos que otros. Por ello las facultades de ingeniería solo recalcan sus esfuerzos formativos entre los más importantes o menos complejos, que arrojan el mismo resultado. Entre los más importantes es el método Gauss – Jordán, que es probable que se incluya en todas las facultades de ingeniería enfatizando sus estudios dentro la asignatura algebra lineal, por lo práctico y eficiente.

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 5/2 \end{bmatrix}$$

MATRIZ AUMENTADA
TOMADO DE: (Lay, 2007)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRIZ ESCALONADA REDUCIDA
TOMADO DE: (Lay, 2007)

Los métodos de solución de sistemas de ecuaciones buscan la forma de poder transformar las ecuaciones lineales en una matriz, donde solo se representan los valores y se omiten las variables, cada columna representa una variable y cada fila representara una ecuación, a esta transformación se le llama matriz coeficiente, y luego se agrega una fila para representar los resultados de cada ecuación, lo que se llama matriz aumentada, como se muestra en la imagen.

El Abaco Gauss – Jordán, se fundamente en el método de solución Gauss – Jordán, el cual "Se basa en la idea de reducir la matriz aumentada a una forma que sea lo

suficientemente simple como para que el sistema de ecuaciones se pueda resolver por observación” (Anton, 1994), resumiendo su principio busca que la diagonal principal de toda la matriz aumentada, se encuentre con valores unitarios (1), por debajo y por encima se encuentren valores nulos (0), así la última fila serán los resultados de cada variable, a lo que se le llama matriz escalonada reducida. como se muestra en la imagen.

En donde las variables $X_1 = 29, X_2 = 16$ y $X_3 = 3$, Por ello el concepto presentado, afirma que con el método de Gauss – Jordán, el sistema puede reducirse de tal forma que se puede resolver por observación, claro está que hay realizar varias interacciones entre filas, con el objetivo de llegar a un matriz escalonada reducida, como la mostrada en la imagen.

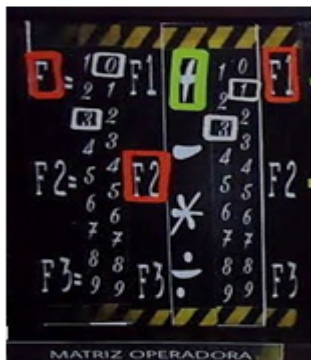


ABACO GAUSS – JORDAN

TOMADO DE AUTORES

El principio básico para llegar a ésta, es tomar por cada columna un pivote, que

será el valor unitario, y realizar operaciones fundamentales, para obtener valores nulos por debajo y por encima del pivote.



MATRIZ OPERADORA

TOMADO DE AUTORES

4. Abaco Gauss – Jordán

El Abaco Gauss – Jordán fue creado con el objetivo de que los estudiantes de la asignatura álgebra lineal o cualquier área que requiera este conocimiento, pueda adquirir este saber con mucha más facilidad y satisfacción, enfatizando el uso del método de solución de Gauss – Jordán, determinando unos apartados y componentes para llevar a cabo todos los principios de este método, los cuales explicaremos

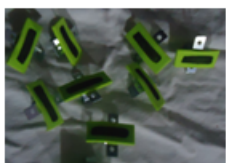
detalladamente a continuación:

1. Matriz operadora: la matriz operadora es un apartado que consta de seis columnas, las cuales son muy útiles para llevar a cabo la explicación del docente al aprendiz, dado que antes de realizar cualquier interacción se debe especificar muy bien los siguientes interrogantes: ¿En qué fila se establece el resultado?, ¿Cuáles son las filas a operar?, ¿Cuál es la operación a realizar?, ¿Qué valores acompañan cada fila? Por ello esta matriz contiene seis filas dedicadas a responder las anteriores preguntas.



SISTEMA DE RUEDAS
TOMADO DE AUTORES

La columna 1 especifica en que fila debe obtener el resultado, la columna 2 representa números del 1 al 99 que determinan el valor por el que se multiplica la primera fila a operar, la columna 3 simboliza 3 filas, generando la opción de escoger cual será la primera fila a operar, la columna 4 simboliza los operadores fundamentales (+, -, *, /), la columna 5 es igual a la columna 2, solo que ésta multiplica a la segunda fila de la operación y la columna 6 será igual a la columna 3 solo que esta indicara la segunda fila a operar. Como se muestra en la imagen.



SIGNOS NEGATIVOS
TOMADO DE AUTORES

El aprendiz puede escoger o jugar con esta matriz por medio de un visor magnetizado, donde se indica que operación se va a realizar.



TABLERO
TOMADO DE AUTORES

2. Sistema de ecuaciones: Es un apartado del Abaco que tendrá la posibilidad de que el estudiante interactúe con unos discos que permitan representar los valores, proyectando una semejanza con

una matriz ampliada movable. Cada espacio tiene un sistema de discos que indican el valor, con la disponibilidad de representar números fraccionarios o enteros entre (-999 y 999), también tiene la opción de incrustar un componente metálico para indicar cuando un valor es negativo, este sistema se compone de 16 conjuntos de discos que pueden proyectar matrices ampliadas 3x3, la cual tiene la oportunidad de poder intercambiar valores en cada conjunto de discos, buscando que el aprendiz pueda representar los ejercicios propuestos y llegar a través del método Gauss - Jordán a una matriz escalonada reducida, y así mediante observación poder obtener el resultado de cada variable. Como se muestra en la imagen.

El aprendiz resolverá sistemas de ecuaciones moviendo ruedas y realizando cálculos básicos de una manera amena y divertida.

3. Tablero: Es una ayuda para el aprendiz de material acrílico, de tamaño reducido, que ayudara a que el aprendiz realice cálculos mientras efectúa las respectivas operaciones entre filas, las cuales resultan muy frecuentes y pueden ser de difícil solución, como son las operaciones entre fraccionarios o números extensos. El tablero va acompañado de su respectivo marcador borrable. para que el alumno pueda trazar con comodidad acompañado con un borrador magnetizado. Como se muestra en la imagen.



SISTEMA DE ECUACIONES
TOMADO DE AUTORES

El aprendiz se sentirá confiado para realizar operaciones en un tablero sin miedo alguno a equivocarse y poder verificar algún cálculo realizada mentalmente.

El Abaco Gauss – Jordán se desarrolla con el objetivo de poder enseñar este método, por ello existen ciertas restricciones o limitantes que puede llegar a encontrar el aprendiz o docente utilizando el Abaco, las cuales son: Solo se pueden solucionar matrices 3×3 , solo se pueden representar valores entre $-999 - 999$ y solo se pueden multiplicar valores entre 1 y 99, siendo estos las únicas limitantes. Mínimas considerando las inmensas ventajas del ábaco y la reducción de esfuerzo físico y mental al utilizar este método tan importante y extenso.



MATRIZ AMPLIADA
TOMADO DE AUTORES

5. Metodología de enseñanza

El Abaco Gauss – Jordán facilita la enseñanza del método de solución Gauss – Jordán, aunque es necesario contar con un docente o persona calificada que pueda introducir los principios de este método, también deberá indicar cuales son los pasos para obtener la solución del sistema, ya que su funcionalidad es más efectiva mediante la aplicación o ejercitación sobre el ábaco.

Es innegable que el aprendizaje significativo es una enseñanza que deja huella en la memoria del aprendiz. Aprender moviendo ruedas, fichas y realizando cálculos básicos de este tema le permitirá grabar, vivenciar e introyectar de manera comprensiva el nuevo conocimiento, que es fundamental en las bases de la ingeniería. además, con este ábaco, la enseñanza es más didáctica y amena, más cercana a la lúdica, asegurando que el estudiante disfrute en medio del saber. Evitando el uso de infinidad de tablas que pueden llegar a ser muy extensas y complejas.

6. Solución de un sistema

Mediante el Abaco Gauss – Jordán se resuelve el ejercicio mostrado anteriormente, el cual se determinó la matriz ampliada y luego la matriz escalonada reducida, para obtener los resultados, el procedimiento es el siguiente:

1. Para iniciar se debe plasmar el sistema lineal presentado, como una matriz en el Abaco Gauss - Jordán, en la sección sistema de ecuaciones
2. Buscar los pivotes en la diagonal principal, empezando por la columna 1, hasta llegar a la columna 3.
3. Buscar valores nulos por encima y por debajo de la diagonal principal, para esto se debe realizar las operaciones necesarias entre filas, empezando por la primera columna y terminando en la última columna, con ello se ayuda del aparato matriz operacional y del tablero.
4. Dar solución al sistema por observación.

7. Beneficios



MATRIZ ESCALONADA REDUCIDA
TOMADO DE AUTORES

Las facultades de ingeniería actualmente instruyen el método de Gauss – Jordán de forma magistral, por medio de un tablero o un software. En donde, si lo hacen en la primera estrategia, que es la más frecuente, el aprendiz recibe este tema con dificultad y desagrado, esto se debe a que es un tema extenso y representado por medio tablas, que suelen ser muy voluminosas para la resolución de un sistema; ahora, si la temática es dictada por medio de un software esos conocimientos no quedan claros y esto conlleva a que el estudiante no pueda utilizar los saberes básicos del método de solución Gauss - Jordán ya que solo aprende a introducir unos datos y

hacer click, como lo demuestra una investigación realizada, " De una población de 887 estudiantes, se obtuvo una muestra de 78 estudiantes, De los cuales perdieron la materia, el 71% afirman que se debe a la metodología usada por el profesor y el 22.8% lo atribuye a la falta de bases", Aclarando que este estudio fue realizado para la asignatura algebra lineal, incluyendo el método de solución Gauss – Jordán, Por se observa notablemente que la metodología utilizada no es la mejor para que el aprendiz pueda adquirir este conocimiento.

Con ayuda del Abaco Gauss – Jordán, se propone otra metodología de enseñanza donde el aprendiz se sienta más cómodo, sin ver extensas tablas y números apilados, uno donde él pueda interactuar con discos amigables, pueda deducir que sucede con los sistemas si realiza diferentes caminos para llegar a la misma solución, es decir el estudiante va saber lo que tiene que hacer para aprender aplicando los conocimientos previos, el adquiere la competencia para resolver sistemas e interpreta los resultados obtenidos.

Para finalizar el Abaco Gauss – Jordán alcanza dos cometidos fundamentales, el desarrollo de habilidades y la adquisición de conocimientos de una manera

significativa, perdurable a través del tiempo y aplicable en todos los campos del conocimiento que los requiera.

8. Referencias

Artículos de revistas

- Almeida Benítez, P. R., & Franco Brañas, J. R. (1998). Eliminación gaussiana para sistemas de ecuaciones lineales. *Universidad de La Laguna, Dpto de Análisis Matemático*, 1-15.
- Tenorio Villalón, Á. F., Martín Caraballo, A. M., & Paralera Morales, C. (2010). Introducción del Álgebra Lineal en la Economía: Una Aproximación Histórica. *ASEPUMA*, 3-20.

Libros

- Anton, H. (1994). *Introducción al álgebra lineal*. Ciudad de México: Publicaciones LIMUSA.
- Lay, D. C. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones*. Ciudad de México: Publicaciones por Pearson Educación de México.

Sobre los Autores

- **Fernando Morales Botero:** Bachiller, estudiante de sexto semestre ingeniería industrial de la corporación universitaria del caribe - cecar, e-mail: fernando.moralesb@cecar.edu.co
- **Harold García Martínez:** Bachiller, estudiante de sexto semestre ingeniería industrial de la corporación universitaria del caribe - cecar, e-mail: harold.garciam@cecar.edu.co
- **Jesús Sierra Manrique:** Bachiller, estudiante de sexto semestre ingeniería industrial de la corporación universitaria del caribe - cecar, e-mail: jesus.sierram@cecar.edu.co

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2017 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)