



NUEVAS REALIDADES PARA LA EDUCACIÓN EN INGENIERÍA:
CURRÍCULO, TECNOLOGÍA, MEDIO AMBIENTE Y DESARROLLO

13 - 16
DE SEPTIEMBRE

2022

CARTAGENA DE INDIAS,
COLOMBIA



Potencial de GeoGebra como herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los cursos de estática

Juan David Oliveros Salazar, Ricardo León Parra Arango

**Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia**

Resumen

La apropiación de los conceptos técnicos en los estudiantes de programas de ingeniería, como la ingeniería civil, es un aspecto clave en el proceso de aprendizaje que redundará en un desempeño profesional más sólido. La asignatura Estática es una de las materias centrales, en la cual se establecen los principios básicos de equilibrio, propiedades de los cuerpos, y solución de elementos y sistemas estructurales. Es evidente, entonces, la dificultad de los estudiantes de reconocer, entender y aplicar estos conceptos. Tal vez por la naturaleza abstracta de estos, o por la forma que se enseñan, o por los recursos que se usan como apoyo; al respecto existen varios estudios y recomendaciones. Bajo este contexto, y como apoyo para resolver estas problemáticas, se realizó una investigación sobre algunas herramientas computacionales que tienen el potencial de apoyar la aprehensión de estas temáticas.

GeoGebra es un software de geometría dinámica, amigable y de distribución libre, que ha llamado la atención en la docencia por su concepción para resolver geométrica y algebraicamente problemas de la matemática. El presente documento presenta una aplicación del posible uso de esta herramienta como apoyo a la enseñanza y motivación para el aprendizaje de los conceptos del curso de estática del programa de ingeniería civil. Se puntualizan algunas bondades que tiene el programa, así como la aplicación a un ejercicio convencional. Además, se evalúa el potencial de simulación de problemas de la herramienta bajo la premisa “¿Qué pasaría si...?”. Al final, se concluye que, aunque GeoGebra no es un software creado para resolver ejercicios de la física y estática, cuenta con un gran potencial para serlo. Con este trabajo se desea abrir una línea de investigación en el desarrollo de simuladores que apoyen la docencia y facilite y promueva el aprendizaje.

Palabras clave: estática; GeoGebra, software libre; análisis de estructuras; simulación

Abstract

The appropriation of basic technical concepts in engineering careers, such as civil engineering, is a key factor in the learning process of the students, which will result in a more solid professional performance. The subject Static is one of the core subjects in which the basics of equilibrium, bodies properties and the solving of structural elements and systems are established. It is clear, however, that these concepts tend to be difficult to understand, recognize and apply these concepts to the students. This could be due to their abstract nature, or the way they are taught, or the resources used as an aiding tool; there are many studies and recommendations in this subject. Under this context, and as a support in solving these difficulties, research was made about some computational tools with a great aiding potential in the understanding of these themes.

GeoGebra is a dynamic geometry software, user-friendly and freely distributed, which has drawn attention in teaching due to its approach in solving mathematical problems geometrically and algebraically. This document presents the potential use of this tool as an aiding to the teaching process and as a motivation for the learning of the concepts of the statics' courses of the civil engineering program. Some benefits are pointed out, as well as its application in a conventional exercise. Moreover, the simulation potential of the tool is evaluated, under the "What if...?" premise. In the end, it is concluded that, although GeoGebra is not a software created to solve physics and statics exercises, it has a great potential to do so. This work is meant to bring a new research line in the development of simulators that aid the teaching and ease and promotes the learning.

Keywords: statics; GeoGebra, free software; structural analysis; simulation

1. Introducción

La dificultad en la comprensión de los conceptos básicos de los cursos de fundamentación en los programas de ingeniería, como Ingeniería Civil, ha llamado la atención de directivas, profesores y egresados de los programas, quienes ven con preocupación el bajo rendimiento en estas asignaturas. Algunos autores, a nivel internacional y nacional (Gómez G, Castrillón M, & Jaramillo M, 2011) proponen diferentes estrategias pedagógicas y metodológicas para motivar y afianzar el aprendizaje de la Estática.

La experiencia ha demostrado que el trabajo en el aula convencional, de explicar y hacer ejercicios, suele no ser suficiente para motivar el proceso de aprendizaje. Se requiere de nuevos instrumentos pedagógicos que motiven y estimulen los estudiantes en la apropiación del conocimiento. Igualmente, el proceso pedagógico debe partir de la formulación y solución de ejercicios sencillos, que permitan entender los principios básicos, hasta la presentación de casos más complejos, que les den la confianza a los estudiantes de estar trabajando en la solución de problemas reales.

El uso de herramientas digitales y las tecnologías de la información y la comunicación se ha popularizado en ambientes escolares de educación básica y media por su versatilidad y facilidad de

hacer más lúdicos los conceptos a enseñar. Es frecuente escuchar, por parte de los estudiantes, la sugerencia de implementar herramientas de aprendizaje, de seguimiento y de evaluación basadas en tecnología. Aquellas herramientas tecnológicas que gozan de un mayor reconocimiento son las que promueven la interactividad entre los estudiantes en un ambiente lúdico, la cual fortalece el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Daza, 2019).

En este contexto, se realizó una investigación comparativa entre diferentes herramientas computacionales, con el fin de adoptar una de ellas para ser usada como apoyo pedagógico en el curso de Estática o Mecánica I en los programas de Ingeniería Civil e Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá, con la intención de facilitar y dinamizar la enseñanza y motivar y fortalecer el aprendizaje (Oliveros Salazar, 2021).

Una de las herramientas identificadas, tal vez la más versátil, corresponde a GeoGebra, una plataforma concebida como apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la geometría y matemática de forma dinámica. El entorno se destaca por su interfaz, donde el usuario puede, de forma alternada, formular problemas geométricos que son convertidos en tiempo real a algebraicos y viceversa. Aunque el enfoque de la herramienta no es la física ni la mecánica, ya ha sido utilizada en la formulación de ejercicios en esta rama del conocimiento (Horner, 2015). También se reportan otras aplicaciones en diversas áreas de la Ingeniería (Calona, Santos García, & Arcelus Alonso, 2013), (Diyan M. & Stoyan D., 2018).

2. GeoGebra

GeoGebra es un software de matemática y geometría dinámica *Open Source*, multiplataforma, diseñado en 2001 como resultado de la tesis de maestría de Markus Hohenwarter (Hohenwarter, 2002), (GeoGebra, 2012) en la Universidad Johannes Kepler en Linz, Austria. Esta plataforma dispone de diferentes entornos y servicios, y se ha desarrollado a tal nivel, que hoy en día es la más difundida en la enseñanza de las matemáticas, la geometría, el álgebra y otras disciplinas relacionadas a nivel mundial. GeoGebra cuenta con soporte para diferentes sistemas operativos, como por ejemplo *Windows, Linux, MacOS, iOS, Chromebook, y Android*, además existe una versión en línea.

El entorno de trabajo es bastante amigable y atrae la atención la interacción entre la geometría y el álgebra. En la solución de problemas se genera un enfoque novedoso que requiere de la formulación algebraica y geométrica de los problemas. Si bien, la curva de aprendizaje y familiarización con la nueva forma de abordar los problemas consume algo de tiempo, una vez formulados y resueltos los primeros problemas no se puede evitar seguir pensando en términos de variables, geometría dinámica, animación del problema y simulación de efectos.

Entorno y editores de GeoGebra

GeoGebra cuenta con diferentes editores dentro de su espacio de trabajo como se indica en la Ilustración 1. Estos editores permiten la formulación y solución de tareas específicas, como por ejemplo algebraicas, geométricas, estadísticas, entre otras. Los editores de mayor aplicación en el



presente documento corresponden al algebraico, los gráficos y CAS. Algunos autores como Horner (2015) utilizaron GeoGebra para simular y animar el problema de proyectiles y la caída libre usando entornos gráficos y algebraicos. Por su parte, Diyan, M. y Stoyan, D. (2018) usaron GeoGebra para resolver problemas de equilibrio de partículas en el entorno gráfico.

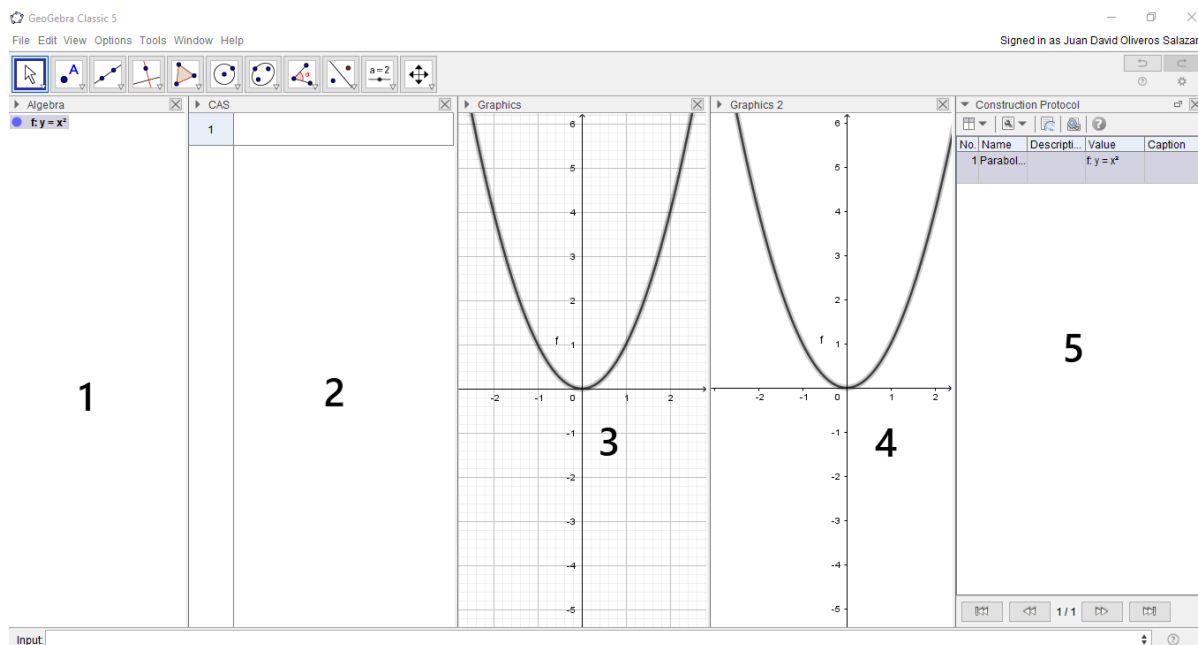


Ilustración 1. Espacios de trabajo de GeoGebra

1. Algebra, 2. CAS, 3. Graphics 1, 4. Graphics 2, 5. Protocolo de Construcción

Fuente: Elaboración propia.

3. Aplicación de la solución de problemas de la estática

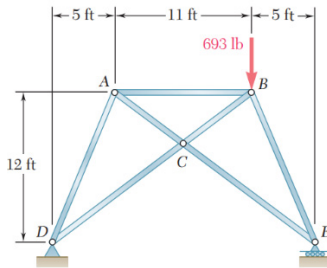
Aunque, como se mencionó anteriormente, GeoGebra *no* es una herramienta concebida para la resolución de problemas de la física, específicamente de la mecánica vectorial, se realizó un trabajo sobre la viabilidad de aplicar y adaptar esta herramienta para su uso en el ámbito de la mecánica estática (Oliveros Salazar, 2021) con resultados prometedores. A continuación, se presentan algunos hallazgos.

En el trabajo mencionado, Oliveros (2021) identificó varios tipos de problemas característicos del curso y con diferentes niveles de dificultad, con el fin de poner a prueba las capacidades del software y comprobar su potencial. El uso de la herramienta obliga a los usuarios a generar un pensamiento crítico, computacional y generalizado basado en la formulación algebraica, geométrica y computacional. Los ejemplos en clase pueden ser fácilmente realizados por el profesor, y pueden ser seguidos y reproducidos por los estudiantes.

4. Formulación y solución de un problema típico de la estática

A continuación, se indican las principales etapas identificadas para implementar la solución a un ejercicio usando GeoGebra. En este escrito, se presenta el caso de una cercha isostática.

Formulación



Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de las armaduras que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o compresión

Extraído de: Beer & Johnston (2010) *Mecánica Vectorial para Ingeniería. Estática. Ejercicio 6-8*

Planteamiento

Con los comandos de puntos, segmentos, y vectores disponibles en GeoGebra se construye la geometría del problema, como se muestra en la Ilustración 2. De esta representación se obtienen por medios algebraicos los cosenos directores o vectores unitarios de la geometría.

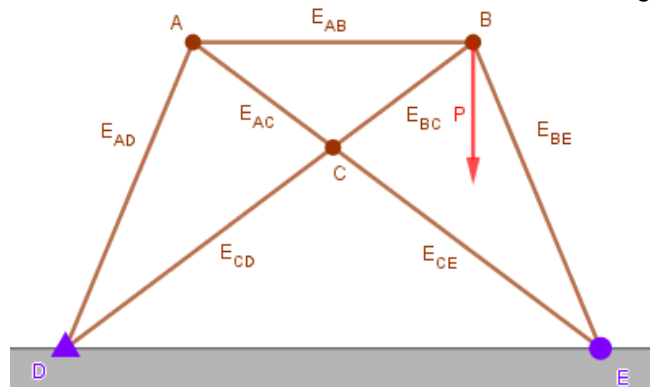


Ilustración 2. Representación del ejercicio original
Fuente: Elaboración propia

Diagramas de cuerpo libre DCL

En un segundo entorno gráfico, mostrado en la Ilustración 3, se construyen los diferentes diagramas de cuerpo libre DCL de los nodos y sobre cada uno se trasladan las orientaciones de los vectores y las intensidades conocidas.

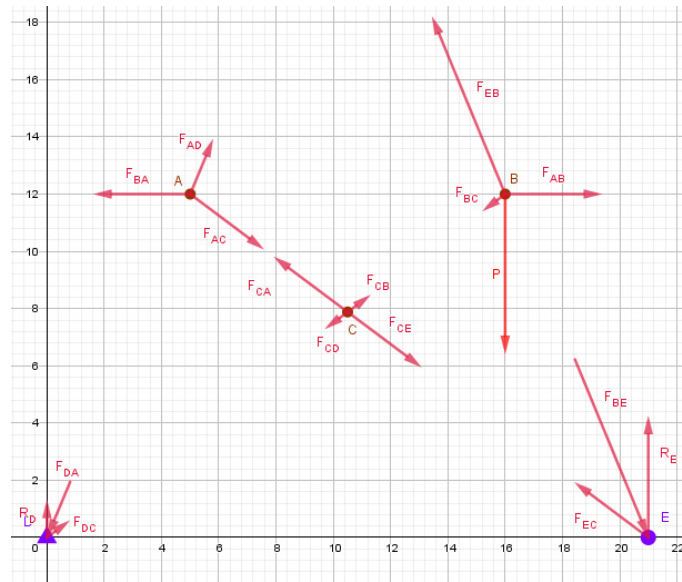


Ilustración 3. Solución principal del ejercicio
Fuente: Elaboración propia

GeoGebra dispone de un editor CAS (Sistema de Álgebra Computacional, por sus siglas en inglés), tal como se muestra en la Ilustración 4. A partir de una formulación algebraica en este entorno es posible resolver las incógnitas de cada sistema de ecuaciones, provenientes de los diferentes DCL. Para resolver cada una de las ecuaciones de equilibrio se calculan las proyecciones de las fuerzas sobre ejes x e y .

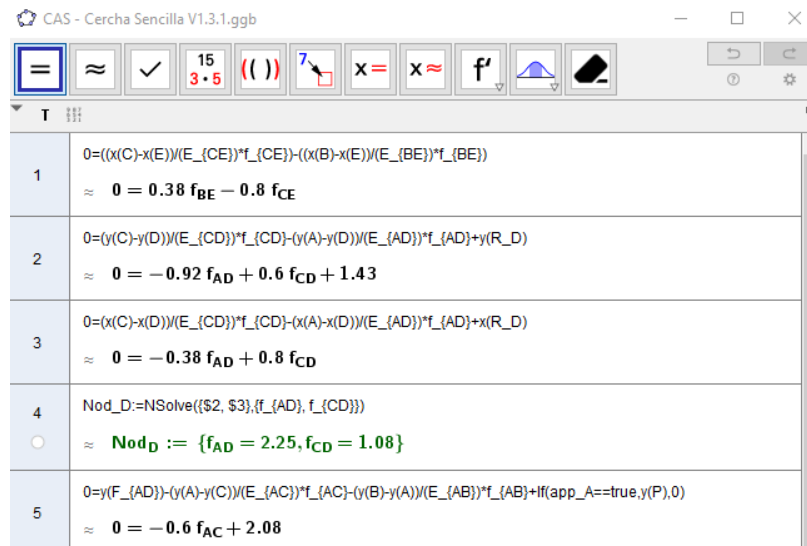


Ilustración 4. Entorno CAS usado para la resolución del ejercicio
Fuente: Elaboración propia

Representación gráfica de la solución

Con la misma facilidad que se construye la geometría del problema, y una vez resueltas las incógnitas, se procede con la representación gráfica de los resultados. Para ello se utiliza el primer

entorno gráfico. Sobre el esquema de la geometría se definen funciones que representan las acciones internas de fuerza. Para este caso, en la Ilustración 5, se representan las axiales de las barras. Mediante instrucciones condicionales se pueden asociar colores a los sentidos de las axiales. En este caso el color azul indica que el elemento está a tracción, mientras que el color rojo indica que el elemento está a compresión.

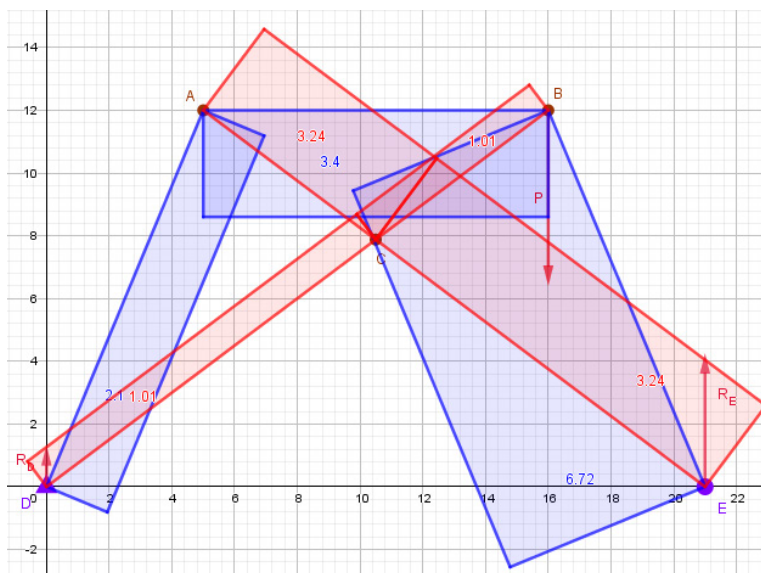


Ilustración 5. Solución alternativa del ejercicio
Fuente: Elaboración propia

Simulación del efecto de cambio de posición de la carga

Una de las opciones más poderosas que ofrece las construcciones en GeoGebra, es la facilidad con la que se pueden generar simulaciones. GeoGebra ofrece herramientas para animar diferentes elementos, como puntos, formas, tamaños y colores. Este carácter dinámico de GeoGebra permite generar diferentes escenarios sobre un mismo problema, haciendo que la solución de un problema se convierta en un proceso lúdico y se fortalezca mediante la experimentación, numérica, en este caso, el proceso de aprendizaje. Filosofías basadas en el tipo de preguntas “¿Qué pasaría si...?”, usada por uno de los autores en sus clases de estática, tienen respuesta en forma inmediata, sin costos adicionales de tiempo o esfuerzos complementarios en los procesos de compilación, de tal forma que los cambios ayudan a identificar y entender mejor el comportamiento estructural.

Por defecto, GeoGebra considera que las variables pueden asumir valores definidos en un intervalo previamente establecido. Esta propiedad se materializa en forma de deslizadores, que pueden tomar alguno de los valores establecidos. Un ejemplo de un deslizador o definición dinámica de una variable se muestra en la Ilustración 6. El uso de estos controladores se fortalece a través de un entorno de GeoGebra denominado Script, en el cual se pueden generar instrucciones en lenguaje de programación propio, denominado *GeoGebra Script*, o externo, como es el *Java Script*. En este ejemplo se consideraron dos posibilidades de simulación: por un lado, la posibilidad de cambiar la posición de la carga mediante la opción de selección y por otra parte la posibilidad de cambiar la intensidad y sentido de la fuerza.



Ilustración 6. Opciones para el cambio de posición de la carga y de la intensidad y sentido de esta.
Fuente: Elaboración propia

En la Ilustración 7 se muestra el resultado de la simulación con la carga actuando sobre el nudo A. El único comando para generar una animación de esta simulación corresponde a mover el deslizador en uno u otro sentido.

Una nueva situación de carga se presenta en la Ilustración 8. Se muestra el resultado de la simulación debida al cambio de posición de la carga, pasó del nudo A al nudo B. Para ello se requirieron las casillas de selección indicadas anteriormente.

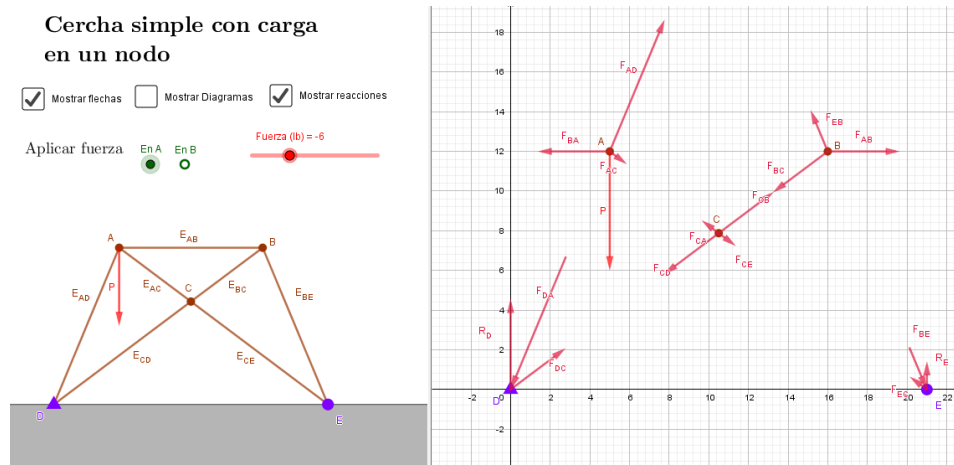


Ilustración 7. Simulación de la cercha con carga en el nudo A.
Fuente: Elaboración propia

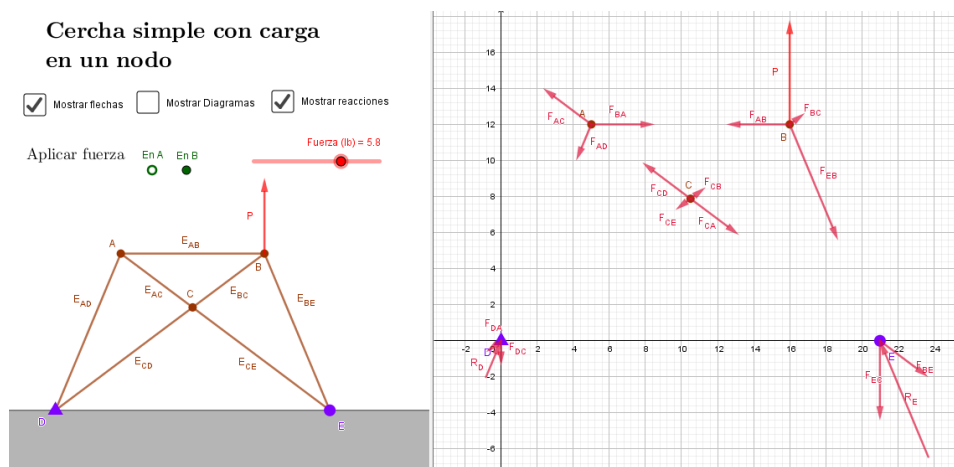


Ilustración 8. Simulación de la cercha con carga de diferente intensidad en el nudo B
Fuente: Elaboración propia

Simulación del efecto de cambio dinámico de la geometría

Por ser los puntos, elementos dinámicos por definición, la geometría y todas las construcciones asociadas a ellos están relacionadas y se comportan, también, en forma dinámica. De esta forma el tercer tipo de simulación, y que mayor potencial representa, consiste en construir otro sistema diferente, a partir de la geometría básica. Por supuesto, respetando su topología, pero con diferentes dimensiones. Este efecto se aprecia en la Ilustración 9 y otra configuración diferente en la Ilustración 10.

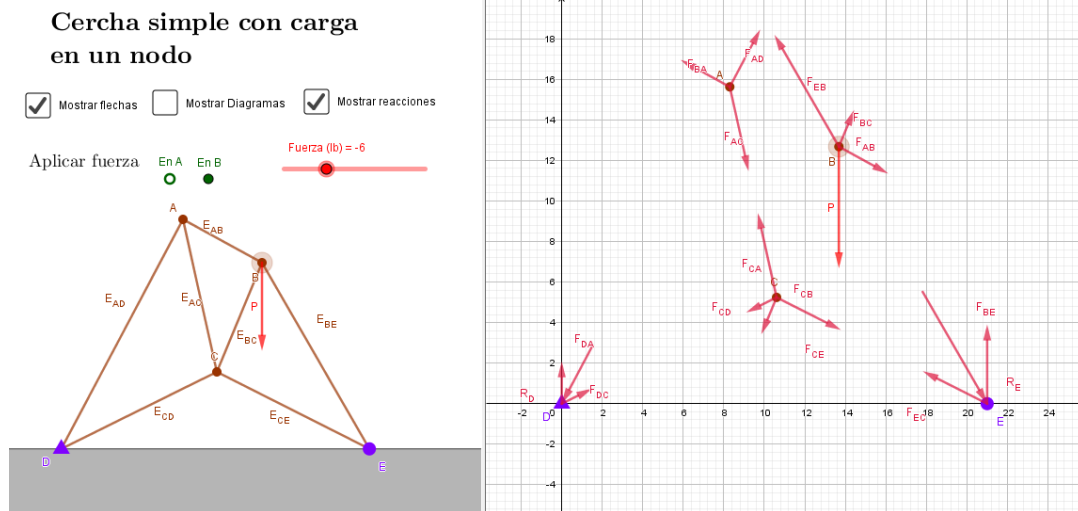


Ilustración 9. Simulación con una geometría diferente a la planteada inicialmente.
Fuente: Elaboración propia

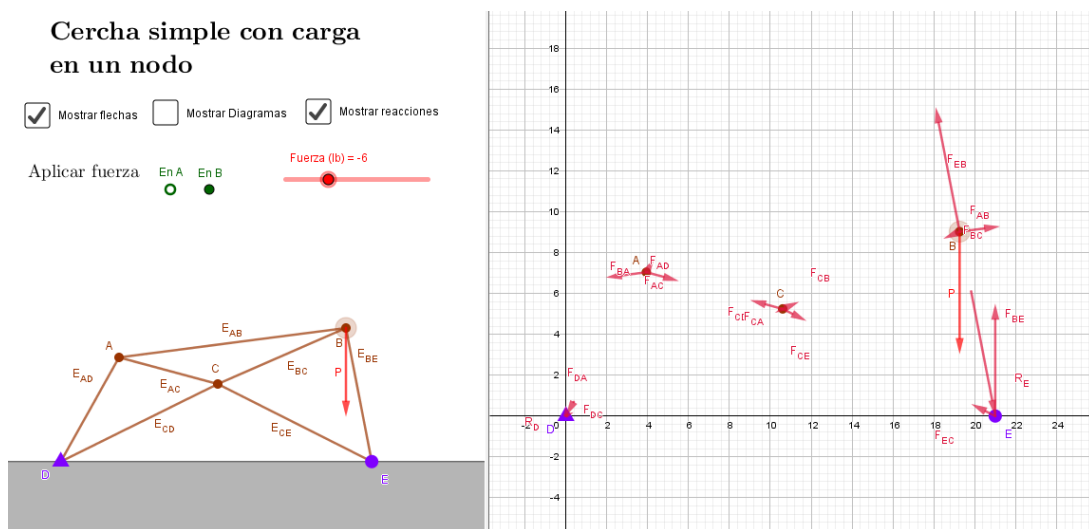


Ilustración 10. Simulación con una nueva variación en la geometría planteada.
Fuente: Elaboración propia

En la Ilustración 11 se aprecia una cercha completamente diferente a la formulada en el problema, pero conservando las misma topología o conectividad entre nudos. A esta configuración se llegó reubicando los puntos con el cursor.

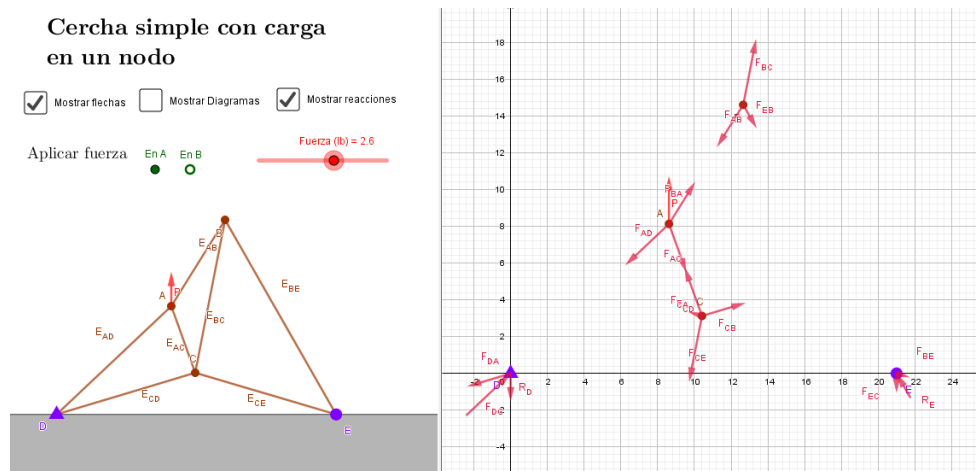


Ilustración 11. Simulación con una geometría y una condición de carga diferente a la planteada inicialmente.

Fuente: Elaboración propia

Como complemento, ofrecido por GeoGebra, se señala la opción para crear herramientas personalizadas, similares a los macros en otros lenguajes, para cada tipo de ejercicio y según la necesidad y experticia del usuario. En el trabajo de grado (Oliveros Salazar, 2021), el autor resolvió este problema mediante instrucciones convencionales y posteriormente construyó dos herramientas personalizadas denominadas como *VectorA()* y *VectorDe()*, herramientas que facilitaron el dibujo de los vectores en cada nodo.

En resumen, la simulación ofrece posibilidades inimaginables de construir en muy pocos segundos estructuras diferentes y ver en tiempo real los efectos. En este caso la aplicación de la estrategia de complejizar, los ejercicios ya resueltos, para ampliar el panorama, entender y aprender su comportamiento no representa mayores esfuerzos.

5. Conclusiones

GeoGebra tiene aplicabilidad en la solución de problemas de la mecánica, donde concurren tanto la geometría como las fuerzas, a pesar de ser un software que no fue concebido para aplicarse a la física ni la mecánica. Esta aplicabilidad de GeoGebra genera un gran potencial que puede ser explotado para mejorar la comprensión de los cambios de fuerza y geometría en sistemas estructurales.

El uso de herramientas como GeoGebra estimula el pensamiento crítico y desarrolla habilidades como el pensamiento computacional afianzando las competencias STEAM (Ciencia, Técnica, Ingeniería, Arte y Matemáticas). Conjunto de competencias formuladas con la intención de garantizar una formación sólida de los estudiantes de ingeniería en los diferentes campos en que se puedan desempeñar, siendo acorde a los desafíos del siglo XXI.

La posibilidad de animación y simulación en tiempo real y en forma sencilla e inmediata, representa un aspecto fundamental en el proceso de aprendizaje, ya que se le facilita identificar y asociar rápidamente cambios menores en un sistema estructural.

La simulación juega un papel fundamental en el proceso de aprendizaje. El uso de GeoGebra y su posibilidad de animación y simulación en la asignatura de mecánica vectorial, por parte de profesores y alumnos, facilita y dinamiza el proceso de enseñanza y promueve un aprendizaje significativo.

Los entornos algebraico, gráfico, geométrico, de algebra computacional, estadístico, de programación y de creación de herramientas propias, representan un desafío y un potencial para la formulación y solución de problemas de la estática de una forma diferente, en la que se ven involucrados tanto docentes como estudiantes. Se trata de una forma más retadora de resolver problemas a la que hasta ahora conocemos.

Trabajos citados

- Beer, & Jhonston. (2010). *Mecánica Vectorial para Ingeniería. Estática* [Novena Edición]. México D.F.: McGraw Hill Educación.
- Calona, Z., Santos García, J., & Arcelus Alonso, M. (2013). Teaching Operation Management with GeoGebra. An example of Make-to-Stock Problem Solving. *7th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management - XVII Congreso de Ingeniería de Organización*. Valladolid.
- Daza, D. A. (2019). Herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Bogotá D.C.: Universidad Cooperativa de Colombia.
- Diyan M., D., & Stoyan D., S. (2018). Application of GeoGebra software into teaching mechanical engineering courses. *Innovative Manufacturing Engineering & Energy International Conference*. Chisinau.
- GeoGebra. (2012). *GeoGebra*. Obtenido de GeoGebra | Aplicaciones matemáticas gratuitas: <https://www.geogebra.org/>
- GeoGebra Institute. (2012). *GeoGebra Manual*. Obtenido de GeoGebra Manual: <https://wiki.geogebra.org/es/Manual>
- Gómez G, J. I., Castrillón M, F. J., & Jaramillo M, J. C. (2011). Nivel de aprendizaje de la "Estática" en Ingeniería Mecánica y carreras afines en Medellín. Medellín: Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.
- Hohenwarter, M. (2002). ein Softwaresystem für dynamische Geometrie und Algebra der Ebene (GeoGebra - a software system for dynamic geometry and algebra in the plane). University of Salzburg, Austria.
- Horner, L. (2015). *GeoGebra for Figures, Interactive Simulations, and Randomized Problems*. Cincinnati: ISAAPT.
- Oliveros Salazar, J. D. (2021). Selección y aplicación de un programa de geometría y matemática dinámica, como instrumento de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje en cursos regulares de Estática. *Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Civil*. Bogotá D.C., Colombia.

Sobre los autores

- **Juan David Oliveros Salazar:** Ingeniero Civil, egresado de la Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá. Joven Investigador del Sistema Universitario Estatal. jdzaetao@unal.edu.co



- **Ricardo León Parra Arango:** Ingeniero Civil, profesor adscrito al Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola de la Universidad Nacional de Colombia. rparraar@unal.edu.co

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2022 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)

