MUJERES EN INGENIERÍA: EMPODERAMIENTO, LIDERAZGO Y COMPROMISO
21 - 24 DE SEPTIEMBRE 2021 CARTAGENA DE INDIAS, COLOMBIA
eiei Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería ACOFI
https://acofi.edu.co/eiei2021

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE COLAS EN LA PRESTACIÓN DE SERVICIOS

Fabián de Jesús Présiga, José Arguello, Ricardo Acuña, Jimmy Niño

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central
Bogotá, Colombia

Resumen

Aplicar herramientas matemáticas y de simulación para determinar cuál es el estado del sistema y cómo el aumento de servidores puede contribuir al mejoramiento del servicio, constituye el tema central de esta investigación cuyos objetivos son: Analizar el sistema de atención del dispensario, determinar los parámetros matemáticos y simulados del proceso y, generar el modelo óptimo de servidores que minimice el tiempo de espera.

Este proyecto se enmarca en la teoría de colas para determinar los mejores parámetros de trabajo, concluyendo que, con la utilización de dos servidores, se logra disminuir en más del 80% el tiempo de espera y aumentar la cantidad de personas atendidas.

Palabras clave: colas; llegadas; servicio

Abstract

Apply tools math and simulation to determine the status of the system and how increased servers can help improve service, is the focus of this research whose objectives are: Analyze the care system dispensary, determine the mathematical parameters and simulated of the process and, to generate the optimal model of servers that minimizes the waiting time.

This project is part of queuing theory to determine the best operating parameters, concluding that, with the use of two servers, managed to decrease by more than 80% the waiting time and increase the number of people served.

***Keywords**: queue; arrivals; service*

1. Introducción

La dispensación de medicamentos y productos para el cuidado de la salud es un servicio esencial que deben realizar a diario las empresas dedicadas a la prestación de servicios de salud y para este proceso hacen uso de algunos intermediarios llamados dispensarios.

Mediante el servicio de dispensación se garantiza el acceso de la población a medicamentos y productos sanitarios, a la vez que se proporciona información para que los pacientes conozcan el uso adecuado y se detecten y corrijan posibles problemas, derivados de su utilización.
El caso de estudio se desarrolla en un dispensario de una EPS del municipio de Soacha seleccionando los sábados del mes de mayo de 2019, ya que en estos días es mayor el número de personas que se acercan a hacer uso del servicio y por esto los tiempos de espera se incrementan de forma exponencial, generando una gran cantidad de reclamos y el descontento de los usuarios, que piden el aumento de servidores.

Con la aplicación de un modelo de colas o filas de espera de forma matemática y desarrollando un modelo de simulación en Excel, se determinará cual será el número óptimo de servidores para el modelo de estudio que genere un menor tiempo de espera en la cola con el menor costo del servicio.

2. Marco Teórico

Según manifiesta Render (2010) "el estudio de las líneas de espera, llamado teoría de colas, es una de las técnicas de análisis cuantitativo más antigua y que se utiliza más extensamente. Las líneas de espera son un suceso de todos los días que afectan a las personas que van de compras, a cargar gasolina, a hacer un depósito bancario o a quienes esperan en el teléfono".

También, plantea Krajewski, (2010) "que los elementos básicos de un sistema de colas serian un insumo o población de clientes, que genera usuarios potenciales, una fila de espera formada por los clientes, la o las instalaciones, que están constituidas por una persona (o una cuadrilla), una máquina (o grupo de máquinas) y una regla de prioridad para seleccionar el siguiente cliente que será atendido por la instalación de servicio".

Los sistemas de servicio según Render (2010) generalmente se clasifican en términos del número de canales o de servidores, y el número de fases o de paradas de servicio que deban realizarse. De esta manera existen varios tipos de sistemas: sistema de un solo canal con un solo servidor, sistema de un solo canal y múltiples fases, sistema multicanal de una sola fase y sistema multicanal y múltiples fases. Los actores principales en una línea de espera o cola son el cliente y el servidor. Los clientes se generan como una fuente. Al llegar a la instalación puede recibir servicio de inmediato o esperar en una cola o línea de espera, si la instalación está ocupada".

Como menciona Taha (2014), desde el punto de vista, del análisis de las colas, el proceso de llegada se representa con el tiempo entre arribos de los clientes sucesivos (Distribución Poisson), y el servicio se describe como el tiempo de servicio por cada cliente (Distribución Exponencial)."

Es frecuente agrega Render (2010) "que, en los problemas de colas, el número de llegadas por unidad de tiempo se pueda calcular mediante una distribución de probabilidad conocida como Poisson. También, en muchos de los casos se puede suponer que los tiempos de servicio aleatorios se describan mediante la distribución de probabilidad Exponencial negativa".

Destaca García (2006) "que los métodos de simulación son procesos matemáticos que hacen uso de los números aleatorios y las distribuciones de probabilidad para acercarse a la realidad; existen varios métodos y Softwares utilizados para tal fin (FlexSim, Promodel, Excel, etcétera). Para que el resultado de una variable aleatoria llegue al estado estable en una simulación no terminal, es necesario garantizar que la longitud de la réplica, *n*, sea lo suficientemente grande para que la variación entre replicas no difiera de cierta exactitud".

- Ciro (2008) establece "que para determinar el tamaño de la muestra (n) es necesario identificar":
    - La varianza (δ^2), que corresponde al grado de variabilidad que presentan las unidades de la población.
    - La probabilidad de que esta estimación tenga éxito es p.
    - Y q es la probabilidad de fracaso en esta estimación (q = 1 - p).
    - El nivel de confianza tiene relación directa con el tamaño de la muestra.
    - La precisión de la estimación corresponde al margen de error.

$$n = \frac{Z^2pq}{E^2} \; [1]$$

- Formulación de los sistemas de colas
    - λ= Número de promedios de arribos/llegadas por periodo de tiempo
    - μ = Velocidad de servicio (Cantidad de personas atendidas en un periodo de tiempo)
    - S = Número de servidores

Tabla 1

Formulación de los dos modelos de filas de espera.

Formulación de los sistemas de colas		
λ= Número promedios de arribos/llegadas por periodo de tiempo	**μ** = Velocidad de servicio (Cantidad de personas atendidas en un periodo de tiempo)	**S** = Número de servidores
Parámetro	M/M/1	M/M/S
Factor de utilización del servicio (probabilidad de que el sistema esté en uso)	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda}{S*\mu}$
Número promedio de clientes o unidades del sistema	$Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$	$Ls = \lambda * Ws$
Tiempo promedio que un cliente pasa dentro del sistema	$Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$	$Ws = Wq + \frac{1}{\mu}$
Número promedio de clientes en la cola	$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$	$Lq = \frac{\rho o * \left(\frac{\lambda}{\mu}^{S}\right) * \rho}{S!\,(1-\rho)^2}$
Tiempo promedio que el cliente pasa en espera en la cola	$wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$	$wq = \frac{Lq}{\lambda}$
Probabilidad de que el sistema esté vacío	$\rho o = 1\text{-}\rho$	$\rho o = \left[\left(\sum_{n=o}^{S-1} \frac{\frac{\lambda}{\mu}^{n}}{n!}\right) + \left(\frac{\frac{\lambda}{\mu}^{S}}{s!} * \frac{1}{1-\rho}\right)\right]^{-1}$
Probabilidad de tener n número de clientes en el sistema,	$\rho_n = \left(\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}\right)$	$\rho_n = \left(\frac{\frac{\lambda}{\mu}^{n}}{n!}\right) * \rho o$; para 0<n<=S
		$\rho_n = \left(\frac{\frac{\lambda}{\mu}^{n}}{S! * S^{n-S}}\right) * \rho o$; para n>S

Nota: Tabla de autoría propia

Sugiere Gutiérrez (2009) "que cuando se hace uso de una herramienta como la simulación para determinar el comportamiento de un proceso, es necesario darle todo el soporte técnico; para esto se hace uso de dos parámetros importantes. Una forma operativa de saber que tan precisa es la estimación consiste en calcular un intervalo de confianza que indique un rango "donde pueda estar el parámetro" con cierto nivel de seguridad o confianza"; se presentan dos casos los cuales dependen del tipo de distribución que presenten los datos y pueden ser Normal o que no presenten un comportamiento normal.

$$IC = \left[X \pm \left(S/_{\sqrt{r}}\right) * \left(t_{\alpha/2, r-1}\right)\right] \quad [2]$$

$$IC = \left[X \pm \left(S/_{\sqrt{r/2}}\right)\right] \quad [3]$$

En las dos ecuaciones:

r = Número de réplicas.

α = Nivel de confianza

Al igual que el IC, para que el resultado de una variable aleatoria llegue al estado estable en una simulación, es necesario garantizar que la longitud de la réplica *n*, sea lo suficientemente grande para que la variación entre replicas no difiera de cierta exactitud, en caso de normalidad el tamaño de la corrida de la simulación se calcula como:

$$n = \left(\frac{\delta Z_{\frac{\alpha}{2}}}{\varepsilon}\right)^2 \quad [3]$$

Además, segun García (2006) "cuando se desconoce el tipo de distribución de la variable aleatoria a simular o bien la suposición de normalidad no existe, es preciso hacer uso del teorema De Tchebycheff para calcular la longitud de la réplica". En este caso se utiliza:

$$n = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{S}{\epsilon}\right)^2 \quad [4]$$

3. Métodos

Se desarrolló un estudio de campo durante cuatro (4) sábados seguidos tomando un promedio de 150 datos del tiempo entre llegadas de los clientes e igual número de datos para los tiempos de servicios generados para la atención de cada servicio. De la ecuación [1] se obtiene el número de datos que se deben tomar, así:

Nivel de confianza (Z) = 95 % (1,96)
Proporción de error (P) = 10 %
Error de estimación de n = 5 %

$$n = \frac{(1{,}96)^2\ (0{,}1*0{,}9)}{(0{,}05)^2}\ n = 138{,}3 \cong 139$$

Esta información se tabuló y se promediaron todos los datos para obtener 50 valores de tiempo entre llegadas y tiempo de atención; fue necesario hacerlo para poder utilizar el software Promodel y su herramienta stat: fit, que solo permite trabajar con 50 datos en su versión estudiantil. Pero tiene una fortaleza en el análisis de sensibilidad. Luego, se realizaron los cálculos matemáticos en Excel para los modelos de uno (1) servidor y S servidores; lo cual permitirá determinar el número necesario de servidores, que idealmente generaran un menor tiempo de espera en la cola para el servicio de atención en el dispensario.

Luego se corrieron los dos métodos (M/M/1 y M/M/s) en Excel para determinar los parámetros de los modelos y poder determinar si se presentan unos datos concordantes o si es necesario la utilización de otro método computacional para llegar a un posible arreglo matemático en el cual converjan los dos métodos.

Finalmente, se realizó la presentación de los escenarios y los resultados de los modelos para concluir cuál será la mejor decisión que deberá o podrá tomar la EPS para mejorar la prestación del servicio de dispensación y de atención al usuario.

4. Resultados y Discusión

Con los datos recopilados en el estudio de campo se realizaron los análisis estadísticos para determinar su comportamiento y poder determinar algunos parámetros básicos (tipo de distribución, tamaño de muestra e intervalos de confianza) que le den una fortaleza técnica a este estudio.

Los datos iniciales se trabajaron en el software Promodel (Stat: fit), el cual es de uso gratuito y permite determinar parámetros como los mencionados en el párrafo anterior, además de, bondad de ajuste para determinar la validez de estos datos; en algunos otros programas este procedimiento es más extensos y no son de uso libre.

Tabla 2
Tipos de distribución de los tiempos entre llegada (Stat: fit de Promodel)

Auto::Fit of Distributions			
distribution		rank	acceptance
Exponential	(0.,2.13)	100	do not reject
Lognormal	(0., 0.149, 1.26)	18.9	do not reject
Uniform	(0., 10.)	0.	reject

Nota: Tabla de autoría propia

En la tabla 2 se muestra que con una probabilidad del 100 % los valores del tiempo entre llegadas del estudio tienen una distribución Exponencial con los parámetros (0;2,13), la cual es característica estos sistemas. Así mismo, los resultados de la prueba bondad de ajuste determinan que a pesar de que la prueba Chi- cuadrada rechaza la Distribución Exponencial la prueba Kolmogorov – Smirnov la válida. Con una de las dos pruebas positiva o válidas se pueden tomar los datos con esta distribución.
También, permite demostrar que los datos no siguen una Distribución Normal, lo cual será de utilidad para determinar los intervalos de confianza del modelo simulado en Excel.

Tabla 3
Tipos de distribución de los tiempos de servicio (Stat: fit de Promodel)

Auto::Fit of Distributions			
distribution		rank	acceptance
Lognormal	(1.,1.06, 0.746)	100	do not reject
Exponential	(1., 3.72)	2.54	reject
Uniform	(1., 15.5)	0.	reject

Nota: Tabla de autoría propia

La tabla 3, muestra que en un 100 % de los casos los valores del tiempo de servicio del caso de estudio tienen una distribución Lognormal con los parámetros (1.,1.06, 0,746). Además, en las pruebas de bondad de ajuste la prueba de Kolmogorov - Smirnov no rechaza la distribución Lognormal como parámetro para el tiempo de servicio en el modelo de atención a los clientes del dispensario de la EPS ubicada en la localidad de Soacha. Para que una prueba de bondad de ajuste no sea rechazada es necesario que el valor del p-value sea mayor a 0,05, que corresponde al nivel de significancia.

Para el tamaño de corrida se realizó una primera simulación con una muestra de setenta (70) clientes, aproximadamente una (1) hora, para determinar algunos parámetros que son necesarios para los cálculos como la desviación estándar. Los parámetros seleccionados para esto son los siguientes de acuerdo a la ecuación [4]se obtiene el siguiente resultado:

Desviación estándar de la muestra (S) = 0,46
Error de la estimación del tamaño (∈) = 5 %
Intervalo de confianza (95 %) = 5%

$$n = \frac{1}{0{,}05}\left(\frac{0{,}46}{0{,}05}\right)^2 \quad n = 1692{,}8\ \cong 1700\ Clientes$$

Se determinó que 1700 clientes es el valor indicado para el tamaño de la corrida, además, la simulación en Excel permite realizar cualquier cantidad de réplicas del modelo con solo hacer clic en la función F9, ya que se tomaron valores aleatorios para este proceso.

Tabla 4
Datos obtenidos de los modelos

RESULTADOS								
Parámetros			Modelo Matemático		Modelo Simulación			
			M/M/1	M/M/2	M/M/1	M/M/2	IC +	IC-
Tiempo entre arribos (λ)min	3,03	p	1,48	0,74	1,48	0,74	-	-
Tiempo de servicio (µ)min	4,48	Ls	-3,09	3,26	5,151	2,12	2,29	1,95
		Lq	-4,57	1,77	3,15	0,21	0,38	0,04
		Ws (min)	-9,36	9,86	1030,25	5,16	5,33	4,99
		Wq (mim)	-13,84	5,38	1025,92	2,90	3,08	2,73

Nota: Tabla de autoría propia

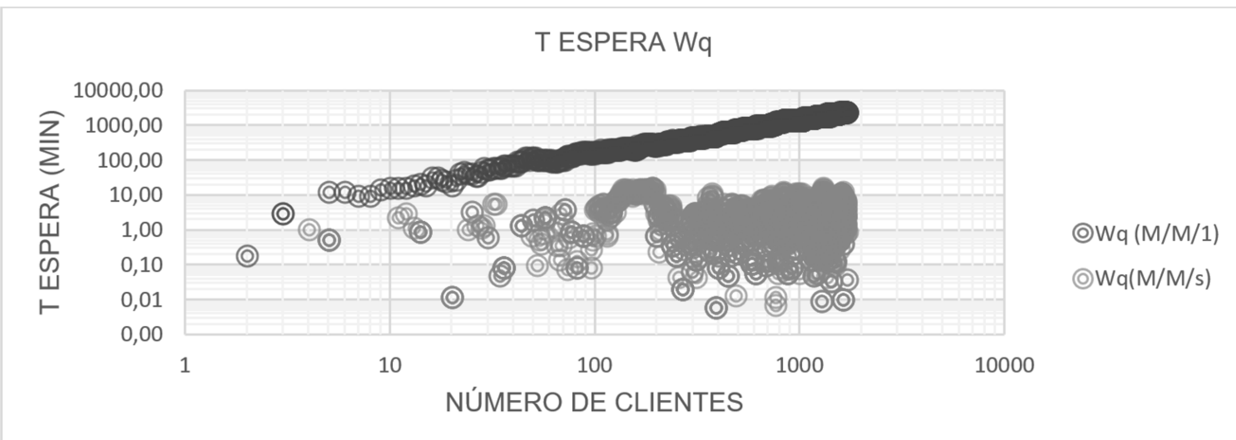
La tabla 4 muestra los resultados obtenidos al realizar todos los cálculos del modelo de un solo servidor (M/M/1), se puede determinar que la ocupación del sistema ρ es de 148 % (multiplicar el valor 1,48 x 100 %), lo que demuestra que este sistema siempre estará saturado y un solo servidor no podrá dar un buen servicio; estará siempre trabajando sobre el nivel del 100 % (algo imposible de sostener por un lapso largo de tiempo).

Los valores negativos en los parámetros (Ls, Lq, Ws y Wq) refuerzan la conclusión de que el modelo está saturado. De acuerdo con los datos obtenidos en algunos softwares que se encuentran gratis en la red (calculadora de Teoría de filas (Colas) de Espera, Supositorio.com) se concluye que el modelo tiende a infinito ya que el valor de Lambda es mayor o igual a una vez µ. En cuanto a los tiempos de espera en cola (Wq) y en el sistema (Ws) en promedio son mayores a 1000 minutos (más de 16 horas), son notoriamente altos y se determinan inaceptables para que un usuario espere la atención de su servicio.

Estos resultados también muestran que el modelo con dos (2) servidores se está trabajando con un porcentaje cercano al 80 % (74%) del tiempo de los operarios, siendo este sistema objeto de una mejora del 20% y la cantidad de personas en el sistema y en la cola (Ls= 2 y Lq=1) son más que aceptable, más si pasamos de cinco (5) personas en el sistema y tres (3) en la cola. Esto concuerda con los tiempos que pasa en el sistema y en la cola (Wq y Ws) por lo que el cliente estará pasando en promedio menos de diez minutos (10) en el sistema.

También, se deduce que son resultados mucho más cercanos a lo que esperaría un cliente encontrar al hacer uso del sistema, ser atendido por uno de los dos (2) servidores que tiene este modelo le permitirá pasar en promedio no más de 2,9 minutos en promedio en la cola.

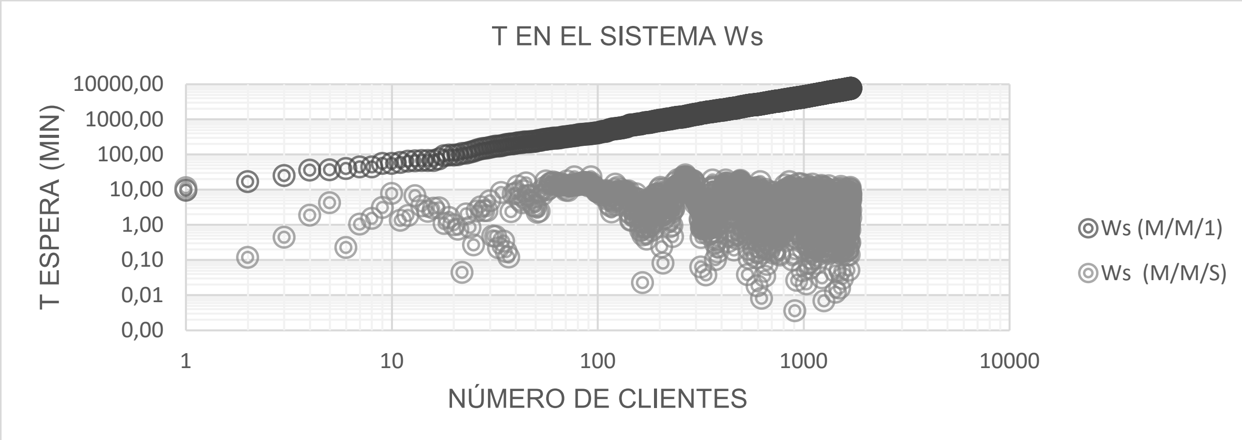
Figura 1
Tiempo de espera en la cola de los dos modelos simulados.



Nota: Figura de autoría propia

La figura 1 muestra el comportamiento simulado de los dos sistemas en el tiempo que los clientes pasan en la cola (Wq), en el caso de un solo servidor este tiempo tiende a ser infinito y si el sistema fuera continuo el cliente número 1700 pasaría en promedio 1000 minutos (poco más de 16 horas) para recibir su servicio, lo cual en el sistema de dos servidores y que se puede ver en la gráfica es cercano a cero (estos valores son un cálculo promedio).

Figura 2
Tiempo de espera en el sistema de los dos modelos simulados



Nota: Figura de autoría propia

El promedio del tiempo en el sistema (Figura 2) muestra que el cliente podría pasar hasta 10000 minutos en el sistema modelo M/M/1 y el modelo M/M/s lleva ese tiempo a un promedio muy cercano a 5 minutos. El modelo de dos servidores muestra una ocupación cercana al 75%, lo cual permite determinar que el modelo es poco probable que colapse en el tiempo. También, es importante determinar si el problema solo se presenta los sábados; si es este el caso, la solución más viable seria contratar una persona o servidor, para este trabajo puntual en el día o los días que lo requiera el dispensario. Lo cual sería más económico para la EPS y permitiría una mayor probabilidad de implementación a futuro. Los datos que se obtienen en las dos simulaciones (tabla 4) muestran una coherencia significativa con los resultados de los modelos matemáticos.

La robustez de los modelos de simulación está dada por el tratamiento estadístico de los datos, la cantidad de horas y clientes que tomó el modelo y la aplicación de los intervalos de confianza; todo lo anterior para que estos puedan ser aplicados en la vida real y se utilicen en la toma de decisiones en las empresas, logrando así mejoras significativas en sus procesos con un mínimo de inversión en materiales y personal.

Ademas, después de simular 50 corridas, el estudio da las herramientas suficientes al Dispensario para tomar la decisión que más le convenga o poder determinar qué modelo pueda llegar a optimizar la atención con el mínimo de tiempo en la cola sin afectar el presupuesto de la EPS. Revelando que el modelo de dos (02) servidores muestra la necesidad de incorporar un nuevo operario o dependiente para lograr una disminución muy grande en los parámetros del sistema y la satisfacción y posible fidelización de los clientes.

5. Referencias

- Ciro, M. B. (2005). Estadística y Muestreo. Ecoe Ediciones, Bogotá, pp.389.
- García Dunna, E., García Reyes, H., & Cárdenas Barrón, L. E. (2006). Simulación y Análisis de sistemas con Promodel. Pearson, México, pp.109.

- Gutiérrez Pulido, H., & Román de la Vara Salazar, S. (2013). Control Estadístico de la Calidad y Seis Sigma. Mc Graw Hill, México, pp.64.
- Krajewski, L. J., & Ritzman, L. P. (2000). Administración de Operaciones Estrategia y Análisis. Pearson, México, pp.328.
- Render, B., Stair, R. M., & Hanna, M. E. (2006). Métodos Cuantitativos para los negocios. Pearson, México, pp.568-573.
- Taha, H. A. (2004). *Investigación de Operaciones.* Pearson, México, pp.581.

Sobre los autores

- **Fabián de Jesús Présiga**: Ingeniero Industrial, Especialista en Ingeniería de Producción, Máster en Ingeniería Industrial. Director grupo de investigación PROMETIC (Giopi). Profesor Ocasional. fduque@aitc.edu.co
- **José Arguello**: Estudiante de Ingeniería de Procesos Industriales. jiarguello@itc.edu.co
- **Ricardo Acuña**: Estudiante de Ingeniería de Procesos Industriales. iracunam@itc.edu.co
- **Jimmy Niño**: Técnico Electromecánico (ETITC). Ingeniero Industrial, Especialista en Estadística. jiniqo@uniandes.edu.co