



2019 10 al 13 de septiembre - Cartagena de Indias, Colombia

RETOS EN LA FORMACIÓN  
DE INGENIEROS EN LA  
ERA DIGITAL



# **CONTROL AUTOMÁTICO APLICADO A SERVOSISTEMAS. TRANSICIÓN DE ESTADOS DE LAS VARIABLES FUNCIONALES EN PRÓTESIS MIOELÉCTRICAS**

**Álvarez Picaza C, Veglia JI, Ferrari CR, Portillo RL, Ulibarrie MA**

**Universidad Nacional del Nordeste  
Corrientes, Argentina**

## **Resumen**

La civilización moderna está envejeciendo. Muchas enfermedades que eran mortales hace un siglo han dejado de serlo debido a los avances en terapias de la medicina. La Ingeniería ha evolucionado, su participación en las ciencias que afectan la vida de las personas ha generado relativamente nuevas disciplinas. Ingeniería en rehabilitación es el área biomédica que produce más impacto. Los dispositivos de ayuda y tecnologías tales como sillas de ruedas, prótesis, auxiliares de movilidad, audífonos, ayudas visuales, programas informáticos especializados, hardware de asistencia motriz, audición y la capacidad de comunicación, son los más utilizados. Con la ayuda de estos desarrollos, las personas con alguna pérdida de funcional son más capaces de vivir en forma independiente y participar en sus sociedades. En este trabajo se busca representar la transición de estados de servosistemas utilizados en prótesis mioeléctricas de miembro superior, desde el punto de vista del control automático. La modelización y programación de estos sistemas son fundamentales previo al diseño estructural y funcional de los mismos. La Teoría de Control Moderno nos permite trabajar en el espacio de estados, donde es posible encontrar nueva información que sirve para enriquecer las conclusiones de la investigación. La cuantificación de algunas propiedades para realizar los movimientos requeridos, es necesaria para la manipulación de las variables de la señal de control que se deba implementar. Puntos de trabajo en el plano complejo  $P = [-1,7739 + 14,3797i ; -1,7739 - 14,3797i]$ , ganancias relevantes como  $K = [-1,5911 \ -0,5092]$ , así también gráficas de superficies, serán nuevos indicadores paramétricos a tener en cuenta. Los resultados obtenidos demuestran que la utilización de la matriz de transición de estados como herramienta de control es indispensable para el análisis de funcionamiento del sistema impulsor de la prótesis, siempre y

cuando se ajuste a cada caso en particular, es decir, a las necesidades de cada paciente en forma individual.

**Palabras clave:** controlabilidad; variables de estado; respuesta natural

### **Abstract**

*Modern civilization is aging. Many diseases that were fatal a century ago, they are not anymore because of advances in medical therapy. Engineering has evolved, its participation in the sciences that affect people's lives has generated relatively new disciplines. Rehabilitation is the biomedical area that produces most impact. Assistive devices and technologies such as wheelchair, prosthesis, mobility aids, headphones, visual helps, specialized computer programs, drive assistance hardware, hearing, and the communication ability, are the most used. Technological developments help people with some functional losses and encourage them to participate in their society. This work seeks to find out the use of state transition applied to servo systems of upper limb prostheses, according to modern control criteria. Systems modeling and programming are fundamental before their structural and functional design. Modern Control Theory allows to work in state-space where it's possible to find new information to enrich research conclusions. Some properties quantification is required to perform necessary movements according to manipulation of control signal variables that must be implemented. Work points in the complex plane  $P = [-1,7739 + 14,3797i ; -1,7739 - 14,3797i]$ , relevant gains such as  $K = [-1,5911 - 0,5092]$ , so also surface graphics, will be new parametric indicators. Obtained results show the state-transition matrix importance, used as a control tool for prosthesis drive system for functional analysis, as well as its being needed in each particular case, meaning to each individual patient.*

**Keywords:** controllability; state variables; natural response

## **1. Introducción**

Tal como cita el "Libro Blanco de la Robótica en España Investigación (2011)", la contribución de la ingeniería biomédica al área de rehabilitación consiste en el diseño de dispositivos útiles para automatizar las distintas terapias y dar a los pacientes la autonomía necesaria para un mejor desenvolvimiento a nivel social. Sin embargo, en muchos países de ingresos bajos y medianos ingresos, sólo del 5% al 15% de las personas que requieren de dispositivos y tecnologías de apoyo, tienen acceso a los mismos (Nota Descriptiva 352 de Mediacentre, 2013). El acceso a la rehabilitación y habilitación puede disminuir las consecuencias de la enfermedad o lesión, mejorar la salud y calidad de vida y disminuir el uso de los servicios de salud. Como ingenieros, aplicamos las leyes matemáticas y la física para resolver tales problemas. A través de la Teoría de Control Moderno se puede tratar cualquier situación problemática mediante ecuaciones de estado. Algunas reglas matemáticas, como el principio de superposición, presente en algoritmos recursivos están excluidas en este nuevo enfoque. La consiguiente simplificación de los desarrollos se reflejará en nuevos hallazgos, dando valor a conceptos como Controlabilidad y Estabilidad (Cortes Reyes, 2011).

Muchos trabajos publicados recientemente investigan modelos en el espacio de estados de la movilidad de un brazo robótico utilizando señales EMG (Ding, et al., 2011) y (Artemiades, et al., 2007). "Sinha, et al., en un trabajo del 2013", hace hincapié en el análisis de la estabilidad del modo deslizante. Es esencial para llegar a un modelo útil de aplicación, terminada la prótesis para personas con discapacidad, evaluar casos anteriores que tienen que ver con un modelo eficiente del manejo de energía y presentar un regulador óptimo de un servomotor diseñado para generar movimientos de la articulación de un brazo robótico en la rehabilitación de un paciente. El objetivo de este trabajo es demostrar la influencia de la Matriz de Transición de Estados para encontrar los puntos de trabajo teóricos deseados del motor para impulsar los movimientos del brazo manipulador con la mayor eficacia posible.

## **2. Materiales y Métodos**

El codo es la articulación intermedia del miembro superior, lleva a cabo la unión mecánica entre el primer segmento, el brazo y el segundo segmento, el antebrazo, además permite a la extremidad superior orientada en los tres planos del espacio gracias al hombro. Anatómicamente, el codo representa una sola articulación; en realidad, no hay más que una sola cavidad articular. En cambio, la fisiología nos permite distinguir dos funciones distintas, a saber, la pronosupinación, que pone en movimiento la articulación radio-cubital superior, trocoide; y la flexo-extensión, que precisa el concurso de dos articulaciones: la articulación humero-cubital y la articulación humero-radial. A partir de aquí, se trabajará con el modelo de motor que va a ser el encargado de realizar en forma artificial las acciones musculares arriba detalladas.

### **A. Modelo del Servomotor**

Se considera el motor de corriente continua que impulsa una carga a través de un eje rígido. Si la corriente de campo es mantenida constante en un valor  $I_f$  o el flujo de campo proviene de un imán permanente, esta máquina puede ser controlada únicamente por la tensión  $v_a(t)$  aplicada a la armadura (Ogata, K., 2003). Como fuera descrito en un trabajo previo (A. Picaza, et al., 2014) y (A. Picaza, et al., 2015), esta máquina puede ser controlada solamente por la tensión  $v_a(t)$  de alimentación, cuando la corriente de campo  $I_f$  se mantiene constante o el flujo proviene de un imán permanente. La relación entre el par eléctrico de torsión  $T_e(t)$  y la corriente en la armadura  $i_a(t)$  es la constante de torque  $K_t$ , como se indica en la ecuación (1).

$$T_e(t) = K_t i_a(t) \quad (1)$$

Cuando el motor impulsa la carga, se desarrolla una fuerza contra-electromotriz en el circuito de la armadura, que se opone a la tensión aplicada  $v_a(t)$ . La velocidad angular  $\omega$  del eje es directamente proporcional a la tensión en bornes del motor  $v_b(t)$ .

$$v_b(t) = K_b \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2)$$

donde  $K_b$  es la constante de velocidad del motor. El momento de inercia total de la carga es  $J$  y  $\theta$  el desplazamiento angular,  $b$  es el coeficiente de rozamiento viscoso y  $T_c$  es el par producido por la carga.

En el circuito de la armadura, se verifica que

$$v_a(t) = u(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K_b \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3)$$

donde  $R_a$  y  $L_a$  representan la impedancia del bobinado de la armadura.

Elegimos como variables de estado de este sistema a

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta(t) = \omega(t) \\ x_2 &= i_a(t) \end{aligned} \quad (4)$$

La representación en variables de estado queda:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{i}_a(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-b}{J} & \frac{K_t}{J} \\ \frac{-K_b}{L_a} & \frac{-R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega(t) \\ i_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} u(t) \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega(t) \\ i_a(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Sea un sistema de control

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ y &= \mathbf{Cx} + Du \end{aligned} \quad (6)$$

Se selecciona la señal de control como

$$u = -\mathbf{Kx} = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad (7)$$

Al sustituir

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x} \quad (8)$$

Los puntos de trabajo del sistema servomotor se encuentran utilizando el método de ubicación de polos, el que consta de dos etapas (A. Picaza, et al., 2017): a) la definición de la ubicación deseada de las raíces de la ecuación característica del sistema en lazo cerrado, y b) el cálculo de las ganancias para ubicar esas raíces en los lugares definidos.

La ecuación característica del sistema en lazo cerrado está dada por:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}] = 0 \quad (9)$$

Cuando este determinante se desarrolla resulta en un polinomio de orden  $n$  en  $s$  que contiene las ganancias de la matriz  $\mathbf{K}$ .

### B. Matriz de Transición

La matriz  $e^{\mathbf{A}t}$  se denomina Matriz Transición de Estados y se la denota por

$$\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{1}{2!}\mathbf{A}^2t^2 + \frac{1}{3!}\mathbf{A}^3t^3 + \dots) \quad (10)$$

La misma gobierna las trayectorias de los estados en un intervalo de tiempo finito  $t$ . Es la respuesta natural del sistema. Si todos los autovalores (polos de lazo cerrado) de  $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$  tienen parte real negativa o se encuentran en el semiplano izquierdo del plano  $s$ , entonces para cualquier estado inicial  $\mathbf{x}(0)$  diferente de cero, la salida del sistema tenderá al valor deseado cuando  $t \rightarrow \infty$ . Por lo tanto, si el par  $[\mathbf{AB}]$  es controlable, podemos encontrar una matriz de ganancias  $\mathbf{K}$  de tal forma a ubicar los autovalores de  $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$  en las posiciones deseadas. Existe una restricción sobre  $u(t)$ , la cual puede limitar la velocidad con que la salida tiende al valor deseado. La función que determina la respuesta natural del sistema viene dada por

$$\mathbf{x} = \Phi(t)\mathbf{x}(0) \quad (11)$$

En el espacio de estados esta función representa la trayectoria, transición de un estado a otro.

## 3. Resultados

Los parámetros de la planta motora son (Catálogo Maxon RE 40Ø40 mm):

$$R_a = \text{Resistencia de armadura} = 1,16\Omega$$

$$L_a = \text{Inductancia de la armadura} = 0,329\text{mH}$$

$$K_t = \text{Constante del par motor} = 60,3\text{N.m/A}$$

$$K_b = \text{Constante de la f.c.e.m} = 158\text{V.s/rad}$$

$$b = \text{Coeficiente de rozamiento de los cojinetes} = 3,04\text{N.m.s/rad}$$

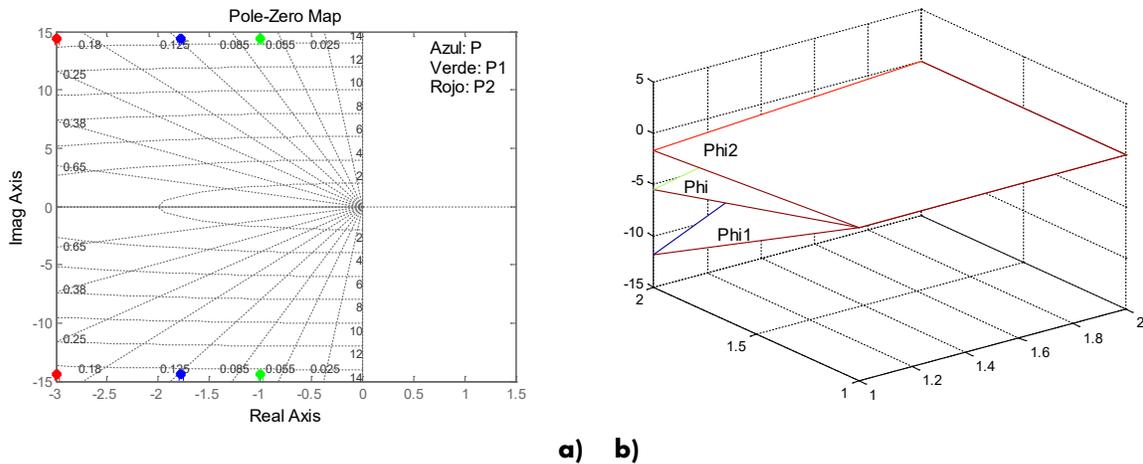
$$J = \text{Momento de inercia del motor y la carga} = 138\text{N.m./rad/s}^2$$

Los polos naturales del sistema son  $P = [-1,7739 + 14,3797i ; -1,7739 - 14,3797i]$

Trasladamos los puntos naturales de trabajo a otras posiciones moviéndonos a lo largo y a lo ancho del plano  $s$  de Laplace.

Parte real (abscisas):

$P1 = [-1+14,3797i; -1-14,3797i]$  -  $P2 = [-3+14,3797i; -3-14,3797i]$   
 Las ganancias necesarias para llegar a esos puntos dieron  
 $K1 = [-1,5911 \ 0,5092]$  -  $K2 = [4,3660 \ 0,8068]$



**Figura 1. a) Polos del sistema, b) Diagramas de superficie de las matrices de transición**

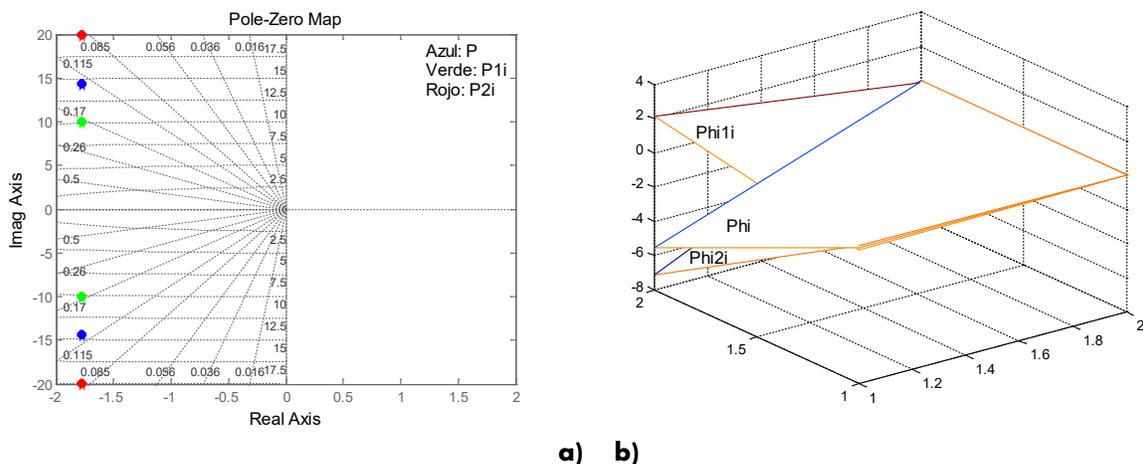
Las matrices de transición correspondientes son

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0,0207 & 0,0050 \\ -5,5005 & -0,0608 \end{bmatrix}; \Phi_1 = \begin{bmatrix} -0,0641 & 0,0109 \\ -11,8065 & -0,1126 \end{bmatrix}; \Phi_2 = \begin{bmatrix} -0,0019 & 0,0015 \\ -1,6587 & -0,0220 \end{bmatrix}$$

En la Fig. 1 a) se representa la ubicación de los polos en el semiplano s de Laplace. En la Fig. 1b) se observa que a medida que nos alejamos del eje de ordenadas el sistema va aumentando sus estados, volviéndolo más estable.

Parte imaginaria (ordenadas):

$$P1i = [-1,7739+10i; -1,7739-10i]$$
 -  $P2i = [-1,7739+20i; -1,7739-20i]$



**Figura 2. a) Polos del sistema, b) Diagramas de superficie de las matrices de transición**

Los valores de ganancias,

$$\mathbf{K}1i = [-80,3957 \ 0] - \mathbf{K}2i = [145,4849 \ 0]$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0,0207 & 0,0050 \\ -5,5005 & -0,0608 \end{bmatrix}; \Phi_{1i} = \begin{bmatrix} -0,1585 & -0,0040 \\ 2,1773 & -0,1262 \end{bmatrix}; \Phi_{2i} = \begin{bmatrix} 0,0828 & 0,0034 \\ -7,1443 & 0,0557 \end{bmatrix}$$

La Fig. 2a) muestra la modificación de la ubicación de polos. En el diagrama de la Fig. 2b) se denota que a medida que los polos se alejan del eje de abscisas los estados del sistema comienzan a disminuir haciendo al mismo más oscilatorio.

#### 4. Conclusiones

El tratamiento de los eventos en el espacio de estados nos brinda la ventaja de poder observar conductas que no serían visibles en el espacio de los tiempos o de las frecuencias. De acuerdo a los resultados arrojados podemos concluir que los puntos de trabajo que más se acerquen al eje de abscisas y más se alejen del eje de ordenadas responderán a un comportamiento mucho más estable y menos oscilatorio. Es importante señalar que las matrices  $\Phi(t)$  y  $\mathbf{K}$  no son únicas para un sistema determinado, sino que depende de las posiciones deseadas de los polos en lazo cerrado (los cuales determinan la velocidad y el amortiguamiento de la respuesta). Se debe tener en cuenta que la selección de estos puntos de trabajo, o de la ecuación característica deseada, es un compromiso entre la rapidez de la respuesta y la sensibilidad ante perturbaciones. Es decir, si se incrementa la velocidad de respuesta, por lo general se incrementan los efectos adversos de las perturbaciones y del ruido en la medida. Por tanto, al determinar la matriz de ganancias de realimentación de estado  $\mathbf{K}$ , es conveniente examinar mediante simulaciones en un computador las características de respuesta del sistema para varias matrices diferentes (basándose en algunas ecuaciones características deseadas distintas) y elegir aquella que ofrezca mejor comportamiento global.

#### 5. Referencias

##### Artículos de revistas

- Alvarez Picaza, C., Pisarello, M.I., Veglia, J.I. y Monzón, J.E. (2017). Regulador con Control Automático- Observación de la Estabilidad en Prótesis Mioeléctricas. Revista Argentina de Ingeniería (RADI), año 5, Vol. 10, pp. 160-168. ISSN 2314-0925.

##### Libros

- Alvarez Picaza, C, Pisarello, M.I. and Monzón, J.E. (2014) "Model of optimal energy regulation for the articulation of a robotic manipulator". VI Latin American Congress on Biomedical Engineering. CLAIB (Berlin: Springer Berlin Heidelberg), pp 908-911.

- Cortes Reyes F. (2011). Robótica, control de robots manipuladores. Editorial: Alfaomega Grupo EDITOR.
- El libro blanco de la robótica en España Investigación, tecnologías y formación. Ministerio de Ciencia e Innovación. Gobierno de España. CEA comité español de automática. 1<sup>º</sup> Edición. (2011).
- Ogata, K. (2003). Ingeniería de Control Moderna. 4ta Edición Ed. Pearson.

### **Memorias de congresos**

- Alvarez Picaza, C., Pisarello, M.I., Monzón, J.E. (2015) "Análisis teórico de la regulación de energía de servomotores utilizados en manipuladores biomecánicos". Annals of the XX Congreso Argentino de Bioingeniería. IX Jornada de Ingeniería Clínica.
- Artemiadis, P.K., Kyriakopoulos, K.J. (2007). EMG-based Position and Force Control of Robot Arm: Application to Teleoperation and Orthosis. IEEE Proceedings.
- Q.C. Ding, A.B. Xiong, X.G. Zhao and J.D. Han, (2011). A Novel EMG-driven State Space Model for the Estimation of Continuous Joint Movements. IEEE Proceedings.
- Sinha A., Mishra, R.K. (2013). Smooth Sliding mode controller design for robotic Arm. IEEE Proceedings.

### **Fuentes electrónicas**

- RE40Ø40mm, GraphiteBrushes, 150Watt. Catálogo. Consultado en Marzo de 2019 en [http://www.maxonmotor.com/medias/sys\\_master/root/8816798990366/15-142-en.pdf](http://www.maxonmotor.com/medias/sys_master/root/8816798990366/15-142-en.pdf).
- Nota Descriptiva N°352 septiembre de 2013. Consultado en noviembre de 2018 en <http://www.Who.Int/Mediacentre/Factsheets/Fs352/Es/DiscapacidadySalud>.

### **Sobre los autores**

- **Carlos Álvarez Picaza:** Ingeniero Electricista O.I. Msc en Energías Renovables – UNSa. Profesor Responsable Electrónica Industrial y Teoría de Control – UNNE. [cpicaza@gmail.com](mailto:cpicaza@gmail.com)
- **Julián Ignacio Veglia:** Ingeniero Electricista O.I. JTP Electrónica Industrial y Teoría de Control – UNNE. [julianv04@gmail.com](mailto:julianv04@gmail.com)
- **Claudio Raúl Ferrari:** Kinesiólogo. JTP Kinefilaxia I y II – Universidad Nacional del Nordeste. [hidroclaudio@yahoo.com.ar](mailto:hidroclaudio@yahoo.com.ar)
- **Ricardo Luis Portillo:** Ingeniero Electricista Orientación Electrónica. JTP Electrónica III – Universidad Nacional del Nordeste. [lukiluch@gmail.com](mailto:lukiluch@gmail.com)
- **Melania Alicia Ulibarrie.** Alumna avanzada de Grado Ingeniería en Electrónica especialidad Biomédica – UNNE. [melania.ulibarrie@gmail.com](mailto:melania.ulibarrie@gmail.com)

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2019 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)