



Innovation in research and engineering education:
key factors for global competitiveness

Innovación en investigación y educación en ingeniería:
factores claves para la competitividad global

APLICACIÓN DE UN PROTOTIPO DE DOMINÓ PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS EN LA UNIVERSIDAD POPULAR DEL CESAR, SECCIONAL AGUACHICA

José Javier Coronel Casadiego

Universidad Popular del Cesar
Aguachica, Colombia

Resumen

El trabajo se fundamenta en la experiencia de aula enfocada a la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y la exploración de una alternativa de solución. Una propuesta para enfrentar tal problemática consiste en la utilización de un prototipo de *Dominó de Identidades Trigonómicas* para diversificar las funciones didácticas, aunque siempre bajo el criterio de que esto no reemplaza al profesor, sino que le propone cambios en su quehacer pedagógico. La herramienta lúdico - didáctica se diseñó y viene aplicándose en la Universidad Popular del Cesar, Seccional Aguachica, con el propósito de evaluar su funcionalidad.

Palabras clave: dominó; identidades trigonométricas; lúdico

Abstract

This work is based on classroom experience focused on the problems of teaching and learning of mathematics and exploration of an alternative solution. One proposal to address this problem is the use of a prototype Trigonometric Identities Domino to diversify teaching functions, though under the view that this does not replace the teacher, but which proposes changes in their pedagogical. The playful tool - teaching was designed and has been applied in the Popular University of Cesar, Sectional Aguachica, in order to evaluate its functionality.

Keywords: Domino; trigonometric identities; playful

1. Introducción

El continuo uso y aplicación de las identidades trigonométricas, en la solución de problemas matemáticos que tienen que ver con operaciones como la solución analítica de ecuaciones trigonométricas, límites, integrales, transformada de Laplace, entre otras, son la base de los conocimientos matemáticos de cualquier Currículo de Ingeniería.

Según Dale (1969): "...uno de los motivos por los cuales la educación fracasa es la metodología que se utiliza..."¹. Teniendo en cuenta el bajo nivel académico con que un notable porcentaje de estudiantes ingresan y permanecen en la Universidad y las tradicionales estrategias didácticas de los métodos de enseñanza, que inciden significativamente en dicho proceso, motivó al investigador, quien pertenece al Semillero de Investigación en Física y Matemáticas GANEI (Galileo-Newton-Einstein) adscrito al Grupo de Investigación en Tecnologías de la Información y la Comunicación GIDEATIC de la Universidad Popular del Cesar Seccional Aguachica, a diseñar, elaborar y aplicar un prototipo de *Dominó de Identidades Trigonométricas* para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes en esta área del conocimiento específico.

La matemática recreativa unida a procesos lúdicos presenta nuevos enfoques pedagógicos, metodológicos y didácticos para la enseñanza y aprendizaje de la misma en todos sus niveles. Los procesos lúdicos, según Argumedo & Castiblanco (2008), garantizan en el estudiante: hábitos de elaboración colectiva de decisiones; aumentan el interés de los estudiantes y su motivación por las asignaturas; permiten comprobar el nivel de conocimiento alcanzado por los estudiantes, quienes rectifican las acciones erróneas y señalan las correctas; desarrollan habilidades generalizadas y capacidades en el orden práctico; permiten la adquisición, ampliación, profundización e intercambio de conocimientos, combinando la teoría con la práctica de manera vivencial, activa y dinámica; mejoran las relaciones interpersonales, la formación de hábitos de convivencia y hacen más agradables la socialización del conocimiento.

El proyecto busca evaluar la funcionalidad del diseño del prototipo del *Dominó de Identidades Trigonométricas*, como herramienta didáctica que ayude a facilitar y afianzar por medio de la lúdica las diferentes identidades trigonométricas para su uso y aplicabilidad en la solución de problemas que requieren de ellas, favoreciendo el aprendizaje² autónomo, colaborativo y significativo.

2. Metodología

Para la aplicación del dominó se hizo uso del tipo de investigación descriptiva con enfoque cualitativo, integrando la lúdica como apoyo de los procesos de aprendizaje.

En una primera fase se analizaron los bajos resultados académicos de las *pruebas de diagnóstico* que el programa de Ingeniería de Sistemas viene aplicando semestralmente en la semana de inducción, así como entrevistas dirigida a los profesores de matemáticas y encuestas a los estudiantes del segundo al quinto semestre, sobre los presaberes matemáticos que mayor dificultad presentaban a la hora de resolver un problema.

¹ <http://quiron.wordpress.com/2008/07/03/%C2%BFporque-aprendemos-tan-poco/>

² Mendoza, S. R. (1989). TEORÍAS DE APRENDIZAJE. FEADEC: Facultad de estudios a distancia. Pamplona; p.p. 134, 138,139, 140.

En la segunda fase se observaron las diferentes estrategias metodológicas y recursos didácticos utilizados en clase por los docentes de Matemáticas de la Universidad, evidenciándose falencias en los resultados esperados.

En una tercera fase, bajo el interrogante ¿cuál será el *juego de mesa* más adecuado que cognitiva y contextualmente se pueda aplicar para que el estudiante identifique y asimile con claridad las diferentes identidades trigonométricas? Teniendo en cuenta el modelo pedagógico de la Universidad Popular del Cesar, se seleccionó el *dominó*, debido a su versatilidad y popularidad en la región Caribe, su estructura amplia facilita la implementación de un mayor número de identidades trigonométricas.

Como resultado de las anteriores fases, el dominó se viene aplicando en las Jornadas de la Facultad de Ingenierías, las cuales son espacios de reflexión académica e innovación científica; esto bajo la orientación de docentes y del semillero GANEI que organiza y desarrolla los populares y exitosos encuentros conocidos como *Campeonato de Dominó Trigonométrico*. El juego ha trascendido a otros escenarios extramuros de la Universidad tales como los colegios Teresiano Reina del Carmelo, Guillermo León Valencia y Jorge Eliecer Gaitán, entre otros.

3. Estructura del dominó de identidades trigonométricas



Fig.1. Estudiantes de la Universidad e Instituciones Educativas jugando dominó trigonométrico

En la figura 2, se muestra el *dominó* con las funciones trigonométricas utilizadas, está constituido por veintiocho fichas, siete de las cuales son dobles: seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante y uno. Las restantes están formadas por identidades trigonométricas y definiciones equivalentes a las antes mencionadas. Cada una de las fichas tiene un valor en función del ángulo de 30° , teniendo en cuenta posibles casos de cierre.

Fig.2. Estructura del Dominó de Identidades Trigonómicas.

$\frac{\text{Sen } \theta}{\text{Sen } \theta}$	$\frac{\text{Cos } \theta}{\text{Cos } \theta}$	$\frac{\text{Tang } \theta}{\text{Tang } \theta}$	$\frac{\text{Ctg } \theta}{\text{Ctg } \theta}$	$\frac{\text{Sec } \theta}{\text{Sec } \theta}$	$\frac{\text{Csc } \theta}{\text{Csc } \theta}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{\sqrt{1 + \text{Tg}^2 \theta}}{\sqrt{1 + \text{Ctg}^2 \theta}}$	$\frac{1}{\text{Csc } \theta}$	$\frac{\sqrt{1 - \text{Sen}^2 \theta}}{\sqrt{\text{Sec}^2 \theta - 1}}$	$\frac{\text{Cos } \theta \cdot \text{Tg } \theta}{1}$	$\frac{\text{Sen } 2\theta}{2 \text{Sen } \theta}$	$\frac{\text{Sen } \theta}{\text{Cos } \theta}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{Csc}^2 \theta - 1}}$
$\frac{\text{Sec}^2 \theta - \text{Tang}^2 \theta}{1}$	$\frac{1}{\text{Sec } \theta}$	$\frac{1 + \text{Cos } 2\theta}{2}$	$\frac{\text{Sen } \theta}{\text{Tg } \theta}$	$\frac{\text{Sen } \theta}{\sqrt{1 - \text{Sen}^2 \theta}}$	$\frac{\text{Csc}^2 \theta - \text{Ctg}^2 \theta}{\text{Sen } \theta \cdot \text{Cos } \theta}$	$\frac{\text{Csc } \theta}{\text{Ctg } \theta}$
$\frac{\text{Co}}{\text{Ca}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CO}}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{Csc}^2 \theta - 1}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 - \text{Cos}^2 \theta}}$	$\frac{\text{Sec } \theta}{\text{Tg } \theta}$	$\frac{\text{Ca}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{CO}}$
$\frac{\sqrt{1 - \text{Sen}^2 \theta}}{\text{Sen } \theta}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{Sec}^2 \theta - 1}}$	$\frac{1 - \text{Cos } 2\theta}{2}$	$\frac{\text{Sen } 2\theta}{2 \text{Cos } \theta}$	$\frac{\sqrt{1 - \text{Cos}^2 \theta}}{1}$	$\frac{\text{Sen}^2 \theta - \text{Cos}^2 \theta}{\text{Cos } \theta \cdot \text{Sec } \theta}$	$\frac{\text{Sec } \theta}{\text{Csc } \theta}$
$\frac{\text{Sec } \theta}{\sqrt{\text{Sec}^2 \theta - 1}}$	$\frac{\text{Csc } \theta}{\sqrt{\text{Csc}^2 \theta - 1}}$	$\frac{1}{\text{Tg } \theta}$	$\frac{1}{\text{Cos } \theta}$	$\frac{1}{\text{Ctg } \theta}$	$\frac{\text{CO}}{\text{H}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CA}}$

4. Tabla guía

Previendo que el estudiante o jugador desconozca, en todo o en parte, las diferentes equivalencias de cada una de las funciones trigonométricas, se pretende que mediante el juego las vaya afianzando significativamente, para lo cual se elaboró una guía (Fig. 3), con la que cada participante puede orientarse en el momento de jugar.

Fig. 3. Ilustración de las identidades trigonométricas utilizadas.

$$1 = \text{Sen}^2\theta + \text{Cos}^2\theta = \text{Csc}^2\theta - \text{Ctg}^2\theta = \text{Sec}^2\theta - \text{Tang}^2\theta = \text{Sen}\theta \text{Csc}\theta = \text{Cos}\theta \text{Sec}\theta = 1$$

$$\text{Sen}\theta = \frac{C.O}{H} = \frac{1}{\text{Csc}\theta} = \sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta} = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}2\theta}{2}} = \frac{\text{Sen}2\theta}{2\text{Cos}\theta} = \text{Cos}\theta \text{Tang}\theta$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{C.a}{H} = \frac{1}{\text{Sec}\theta} = \sqrt{1 - \text{Sen}^2\theta} = \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}2\theta}{2}} = \frac{\text{Sen}2\theta}{2\text{Sen}\theta} = \frac{\text{Sen}\theta}{\text{Tg}\theta}$$

$$\text{Tang}\theta = \frac{C.O}{C.a} = \frac{1}{\text{Ctg}\theta} = \sqrt{\text{Sec}^2\theta - 1} = \frac{\text{Sen}\theta}{\text{Cos}\theta} = \frac{1}{\sqrt{\text{Csc}^2\theta - 1}} = \frac{\text{Sen}\theta}{\sqrt{1 - \text{Sen}^2\theta}}$$

$$\text{Ctg}\theta = \frac{C.a}{C.O} = \frac{1}{\text{Tg}\theta} = \sqrt{\text{Csc}^2\theta - 1} = \frac{\text{Cos}\theta}{\text{Sen}\theta} = \frac{1}{\sqrt{\text{Sec}^2\theta - 1}} = \frac{\sqrt{1 - \text{Sen}^2\theta}}{\text{Sen}\theta}$$

$$\text{Sec}\theta = \frac{H}{C.a} = \frac{1}{\text{Cos}\theta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{Sen}^2\theta}} = \frac{\text{Csc}\theta}{\text{Ctg}\theta} = \frac{\text{Csc}\theta}{\sqrt{\text{Csc}^2\theta - 1}} = \sqrt{1 + \text{Tg}^2\theta}$$

$$\text{Csc}\theta = \frac{H}{C.O} = \frac{1}{\text{Sen}\theta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta}} = \frac{\text{Sec}\theta}{\text{Tang}\theta} = \frac{\text{Sec}\theta}{\sqrt{\text{Sec}^2\theta - 1}} = \sqrt{1 + \text{Ctg}^2\theta}$$

5. Procedimiento y reglas para jugar el dominó de identidades trigonométricas

Las reglas del *Dominó de Identidades Trigonómicas* tienen mucha similitud con las del dominó normal. Se juega en grupo de dos, tres o cuatro participantes, repartiendo las fichas equitativamente.

Comienza el juego quien posea la ficha doble cosecante, por ser la de mayor valor. Gana el que quede sin fichas o el que menos puntos tenga, en caso de empate. Después de cada partida jugada, sale el que con anterioridad haya ganado. Si alguno de los jugadores coloca una ficha incorrecta, los demás compañeros deben corregirle, lo cual es una de las características de los juegos lúdicos.

6. Resultados de la aplicación

En el marco de las Jornadas de la Facultad de Ingenierías, se vienen realizando *Campeonatos del Dominó de Identidades Trigonómicas* y a la vez se han aplicado encuestas a los participantes y observadores, para evaluar su funcionalidad. Las encuestas se diseñaron con un formato de preguntas de naturaleza cerrada de tipo semiabierto, Niño Rojas (2011) con opciones como: **excelente, buena y regular**, como también **alta, media y baja**; preguntas de manera que cada participante pudiera expresar opiniones, aspectos positivos, negativos y sugerencias. Las preguntas, aplicadas a los 80 estudiantes que participaron en el juego durante el año 2012 con sus resultados, se registran en el cuadro 1.

Cuadro 1. Cuestionario de la encuesta realizada en el año 2012

PREGUNTAS	ENUNCIADO DE LA PREGUNTA	OPCIONES	RESULTADOS
Pregunta 1	¿De acuerdo con la experiencia vivida, cómo le pareció la aplicación de la herramienta lúdico - didáctica? ¿Por qué?	Excelente	42
		Buena	32
		Regular	6
Pregunta 2	¿Las ayudas que se diseñaron para la aplicación de la herramienta lúdica - didáctica, le parecieron? ¿Por qué?	Excelente	44
		Buena	21
		Regular	15
Pregunta 3	¿Con qué periodicidad le gustaría jugar con esta herramienta lúdico - didáctica?	Alta	45
		Media	30
		Baja	5
Pregunta 4	¿Este juego le ha permitido la socialización de forma activa y positiva con la comunidad académica?	Alta	42
		Media	31
		Baja	7
Pregunta 5	¿De acuerdo con la experiencia vivida, cómo le pareció la organización y ejecución de la actividad lúdico - didáctica? ¿Por qué?	Excelente	36
		Buena	30
		Regular	14

Fuente: Cuestionario Tercer Campeonato de Dominó de Identidades Trigonómicas.

El análisis de los resultados correspondientes a las preguntas 1, 2 y 5 y el de las preguntas 3 y 4, se ilustran respectivamente en las figuras 4 y 5.

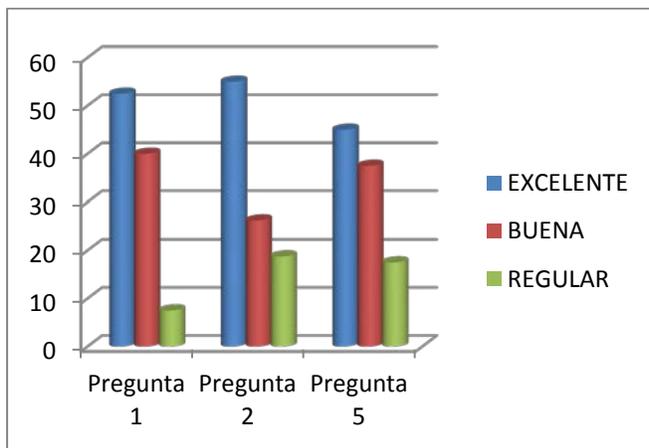


Fig. 4. Gráfico preguntas 1, 2 y 5

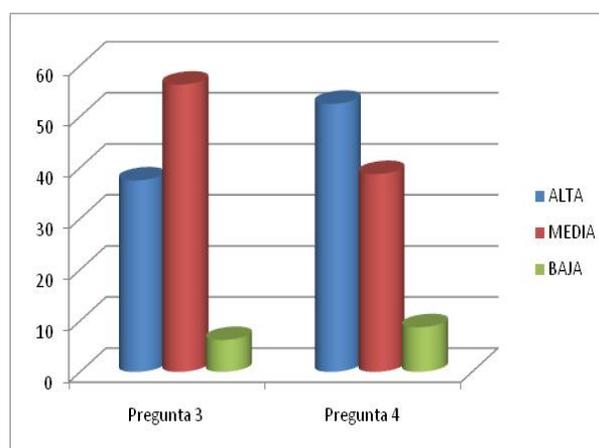


Fig. 5. Gráfico preguntas 3 y 4

Se observa que el 52.5% de los estudiantes encuestados consideró que la aplicación de la herramienta lúdico - didáctica es **excelente** y el 40%, **buena**. En lo que respecta a las ayudas didácticas el 55% respondió **excelente** y el 26.25%, **buena**. En la pregunta 3, que corresponde a la periodicidad de jugar, el 56.25% expresó **alta** y el 37.5%, **media**. La pregunta 4 que tuvo que ver con la empatía comunitaria que el juego permitió con la comunidad académica, el 52.5% contestó **alta** y el 38.75%, **media**. En lo que respecta a la pregunta 5, el 45% respondió **excelente** y el 37.5%, **buena**.

A los “por qué” de las preguntas, se obtuvieron, entre otras, las siguientes respuestas:

“...es un juego muy interesante y se ve que tiene ciencia. Ahora es más difícil que se me olviden las identidades trigonométricas”,

“...profe, usted no tiene un dominó de identidades trigonométricas que me venda para yo jugar en casa con mis hijos y mis amigos, esto si está bien bacano”,
“...es la primera vez que realizo actividades lúdicas enfocadas al aprendizaje que fuesen tan novedosas y motivadoras como ésta del dominó de identidades trigonométricas”,
“...al comienzo de la primera partida me demoraba para colocar una ficha cualquiera, pero ahora que he realizado varias partidas puedo jugar con facilidad como si fuera el dominó normal”,
“...me gustaría que estos eventos se realizaran con mayor frecuencia”.

De los resultados de la encuesta se puede inferir que:

- La hipótesis expuesta por Argumedo & Castiblanco (2008), tiene total validez en el contexto actual del estudiante.
- La mayoría de los participantes encontró el juego innovador, atractivo e instructivo.
- Se produjo un alto grado de aceptabilidad del juego y la intención de su aplicación en futuras actividades académicas.

7. Conclusiones y recomendaciones

Aplicado el prototipo del dominó en los diferentes escenarios académicos se pudo comprobar la funcionalidad del diseño como herramienta lúdico - didáctica.

La aplicación creó ambientes de armonía dentro y fuera del aula de clase facilitando la interacción, el aprendizaje y el desempeño a través de las diferentes formas de participación continua y sistemática, motivando al docente a diseñar, proponer e incentivar estrategias significativas en el logro de los objetivos propuestos.

La experiencia de un gran porcentaje de estudiantes en los diferentes campeonatos del dominó, dejó entrever que durante la etapa de iniciación se detectó cierto grado de timidez, pero luego de varias partidas fueron ganando habilidad y destreza en el manejo del juego, hasta el punto de prescindir de la tabla guía.

A manera de recomendaciones, sobre el particular el investigador conceptúa:

Desde una visión educativa, el *Dominó de Identidades Trigonométricas* es una herramienta lúdico - didáctica, entre muchas otras, para ser usada como parte de una estrategia de aula.

Dada la funcionalidad en los resultados, se propone realizar una investigación experimental con el propósito de cuantificar el grado de cualificación en el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas para los programas de ingeniería.

8. Referencias

Artículos de revistas

- Argumedo, D., & Castiblanco, Y. (2008). Diseño e implementación de una lúdica para analizar procesos de toma de decisiones basados en contabilidad del trput, mediante escenarios simulados de un sistema productivo en el laboratorio de ingeniería aplicada de la Universidad de Córdoba. Trabajo de grado, Universidad de Córdoba, Montería, Colombia. Citado por Valencia Rodríguez,

Orlando, Vargas Sánchez, Jhon Jairo y Gallo Gallón, José Daniel. “La enseñanza de la Estadística. Un caso de Estudio en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Manizales”. Revista Educación en Ingeniería, Julio a Diciembre 2012, Vol. 7, N°. 14, p.p. 47-57.

Libros

- Mendoza, S. R. (1989). TEORÍAS DE APRENDIZAJE. FEADEC: Facultad de estudios a distancia. Pamplona; p.p. 134, 138,139, 140.
- Niño, R. Víctor Miguel. (2011). Metodología de la Investigación. Ediciones de la U. Bogotá, p.p. 90.

Fuentes electrónicas

- <http://quiron.wordpress.com/2008/07/03/%C2%BFporque-aprendemos-tan-poco/>

Sobre el autor

- **José Javier Coronel Casadiego**, Ingeniero de Sistemas y docente catedrático de la Universidad Popular del Cesar Seccional Aguachica. Estudiante de la Especialización en Pedagogía para el Desarrollo del Aprendizaje Autónomo -UNAD-. Docente de Matemáticas del Magisterio. josejcoronel@hotmail.com

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería y de la International Federation of Engineering Education Societies

Copyright © 2013 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI), International Federation of Engineering Education Societies (IFEES)